



GRUPO
DOCENTE PERÚ
ALCANZANDO EL ÉXITO

MATEMÁTICA

PREPARACIÓN

**EXAMEN DE
ASCENSO
2023**

PRÁCTICA 70

MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

REPASO 10: MISCELANEA DE PROBLEMAS (Extraído de la prueba Nombramiento 2022)

1. Una docente tiene como propósito promover en los estudiantes de tercer grado la **comprensión** de las **progresiones aritméticas**. Para ello conforma equipos de trabajo y les propone el siguiente problema:

En un gran terreno hay un pozo de agua y a 10 metros de este, un agricultor sembró un árbol. Seguidamente sembró otros árboles con una distancia de separación de 4 metros entre dos árboles consecutivos. El pozo y los árboles se ubican en la misma línea recta. Determina la distancia desde el pozo hasta el enésimo árbol sembrado.

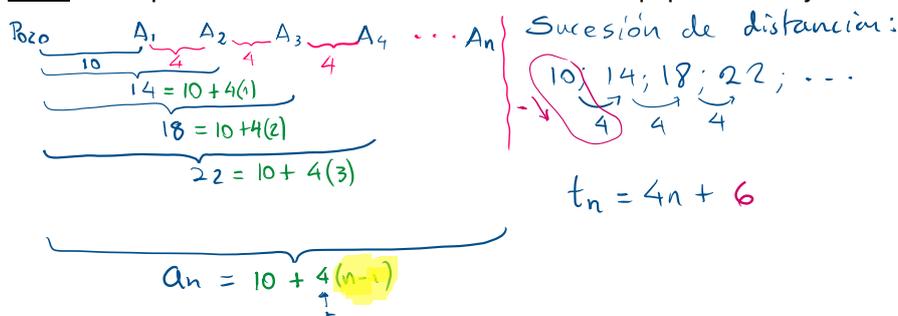
Durante el monitoreo, la docente observa que los integrantes de un equipo han resuelto el problema de la siguiente manera:

La distancia entre árboles es 4 metros. Entonces, en n árboles habrá $4n$ metros.

Sumamos 10 metros, que es la distancia del pozo al primer árbol.

La distancia del pozo al enésimo árbol es $4n + 10$ metros.

¿Cuál es el **error** en el que incurrieron los estudiantes de este equipo de trabajo?



- a) Consideraron la cantidad de árboles en lugar de la cantidad de distancias que hay entre árboles, la cual es igual a la cantidad de árboles menos 1.
- b) Consideraron que todas las distancias son iguales entre sí desde el pozo hasta el enésimo árbol, en lugar de asumir que la distancia del pozo al primero es diferente.
- c) Consideraron que la distancia del pozo al primer árbol es 4 m, que es igual a la distancia entre dos árboles, y que la distancia entre árboles es 10 m, que es igual a la distancia del pozo al primer árbol.
2. En una sesión de aprendizaje, un docente, con el propósito de promover la comprensión de la proporcionalidad, les presenta a los estudiantes la siguiente situación:

A un vendedor de frutas, le quedan 30 manzanas cuyo precio es 3 manzanas por S/ 1 y otras 30 manzanas cuyo precio es 2 manzanas por S/ 1.

El vendedor juntó las 60 manzanas y decidió venderlas a 5 manzanas por S/ 2, pensando en obtener el mismo monto.

Finalmente, al vender las 60 manzanas, el vendedor se dio cuenta de que obtuvo S/ 1 menos de lo que hubiese obtenido si las vendía por separado.

A partir de la situación, el docente propone diversas tareas. ¿Cuál de ellas es de **menor demanda cognitiva**?

- a) Explica cómo determinar la cantidad de dinero que hubiese obtenido el vendedor si vendía las manzanas de cada grupo de 30 manzanas con su precio final.
- b) Explica en qué casos sí se hubiese obtenido el mismo monto al vender las manzanas según sus precios en cada grupo de 30, que vendiendo las 60 a 5 manzanas por S/ 2.

Leer:

"El hombre que calculaba" c) Explica el error del vendedor para creer que obtendría el mismo monto vendiendo las 60 manzanas con el nuevo precio que vendiendo cada grupo de 30 con el precio inicial.

30 manz. (a)	30 manz. (b)	60 manz.	
$c_u = \frac{1}{2} = 0,5$	$c_u = \frac{1}{3} = 0,3\bar{3}$	$c_u = \frac{2}{5} = 0,4$	$0,40000\dots$
Pierde 0,1	Gana 0,06		$0,33333$
			$0,06667$

3. Durante una sesión de aprendizaje, los estudiantes resuelven problemas que involucran determinar el conjunto solución de inecuaciones lineales.

Adriana, una estudiante, presentó la siguiente resolución a uno de los problemas propuestos:

$0 < -2x + 8$
 $\neq 8 < \neq 2x$ Error.
 $8 < 2x$
 $4 < x$

Rpta: $x \in]4; +\infty[$

El docente nota que Adriana ha incurrido en un error en su procedimiento. ¿Cuál de las siguientes preguntas es **más pertinente** para que Adriana **reflexione sobre su error**?

- a) ¿Has multiplicado cada miembro de la inecuación por -1? Entonces, ¿qué debes hacer con el símbolo de la desigualdad de la inecuación?
- b) ¿Qué indica el sentido de la desigualdad? Luego de multiplicar por un número negativo a cada miembro de la inecuación, ¿qué debe pasar con dicho sentido?
- c) ¿Qué obtienes al multiplicar por -1 a un número? Si un número es menor que otro, ¿el opuesto del primero sigue siendo menor que el opuesto del segundo?**

$(-3)(-1) = +3$	$2 < 3$	
$3(-1) = -3$	$-2 > -3$	

4. Una docente presenta la siguiente situación a los estudiantes de tercer grado:

En cierto taller de confecciones, se producen x buzos deportivos con un **costo total de $200 + 5x$** soles. Se ha establecido que el precio de venta de cada buzo deportivo sea $225 - 5x$ soles. ¿Cuántos buzos deportivos deberán venderse para que la ganancia sea 1500 soles?

$$PV - PC = G$$
$$x(225 - 5x) - (200 + 5x) = 1500$$

La docente pide a los estudiantes que **expresen la situación** propuesta **mediante una ecuación**.

¿Cuál de los siguientes indicadores de evaluación se corresponde con lo solicitado por la docente?

- a) Expresa lo que comprende sobre el significado de ecuaciones cuadráticas.
- b) Describe el procedimiento realizado para resolver ecuaciones cuadráticas.
- c) Representa simbólicamente situaciones empleando ecuaciones cuadráticas.**

5. A continuación, se presenta el procedimiento que utilizó un estudiante para resolver una ecuación cuadrática.

$$120 - 46x + 4x^2 = 60$$

$$60 - 23x + 2x^2 = 30$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 4 \end{array} \begin{array}{l} \uparrow \\ \diagdown \end{array} \begin{array}{l} -2x \\ -x \end{array}$$

$$15 - 2x = 0 \quad \vee \quad 4 - x = 0$$

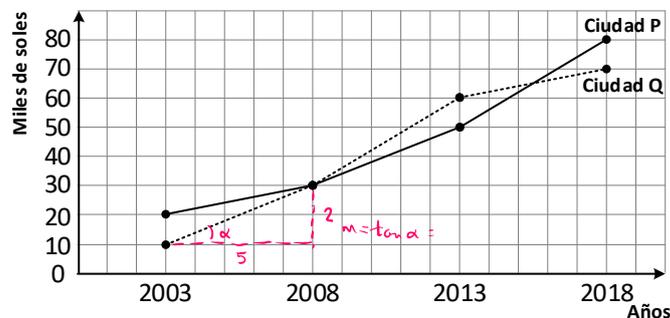
$$15 = 2x \quad \vee \quad 4 = x$$

$$x = \frac{2}{15} \quad \vee \quad x = 4$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{2}{15}; 4 \right\}$$

Sobre la resolución de la ecuación cuadrática presentada, ¿cuál es el **principal error** del estudiante en este procedimiento?

- a) Considerar que el producto de los factores del trinomio es igual a cero, cuando antes de factorizar dicho trinomio este era igual a un número diferente de cero.
- b) Considerar que un trinomio se puede factorizar, aplicando la técnica del aspa simple, cuando este no se encuentra ordenado de forma decreciente.
- c) Considerar que el valor de la incógnita es $\frac{2}{15}$ y satisface la ecuación $15 = 2x$.
6. El siguiente gráfico muestra la evolución de precios de un departamento de 80 m^2 en dos ciudades P y Q. Para ello, se establecen periodos de 5 años a partir de 2003.



Respecto del gráfico anterior, ¿cuál de las siguientes tareas es de **mayor** demanda cognitiva?

- a) ¿Cuánto fue, aproximadamente, el precio del departamento de 80 m^2 en el año 2010 en la ciudad P?, ¿y en la ciudad Q?
- b) ¿En qué año fue superior el precio del departamento de 80 m^2 en la ciudad Q respecto del precio en la ciudad P?
- c) ¿Durante qué periodo aumentó con mayor rapidez el precio del departamento de 80 m^2 en la ciudad Q?

7. Una docente planteó una actividad a los estudiantes en la cual se incluye una secuencia de figuras como la siguiente:



Responda: ¿De qué forma varía la posición de la flecha en la secuencia? ¿Cuál es la decimosexta figura de la secuencia?

¿Cuál es el propósito de aprendizaje involucrado en esta actividad?

- a) Reconocer el patrón geométrico en una secuencia.
 b) Describir la posición en la que queda cada figura dada de una secuencia.
 c) Proponer una secuencia gráfica que involucra patrones geométricos.
8. Un docente propuso a los estudiantes la siguiente tarea:

Determina el conjunto solución de la siguiente ecuación: $x^2 - 6x = 0$

A continuación, el docente monitorea el trabajo de los estudiantes, y se detiene a observar la resolución de uno de ellos.

¿Qué valores tiene π ?

DIVIDE POR X
 Cuidado con el divisor por CERO

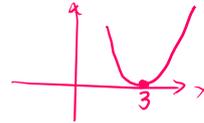
$$x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 = 6x$$

$$\frac{x^2}{x} = 6$$

$$x = 6$$

$$C.S. = \{6\}$$



$$C.S. = \{3; 3\}$$

$$C.S. = \{3\} \checkmark$$

El docente busca retroalimentar al estudiante para que reflexione sobre el error en el que incurrió. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es más pertinente para conseguir este propósito?

- a) Preguntarle: "Si reemplazas la incógnita con el cero, ¿se comprueba la ecuación cuadrática? ¿El cero será otra solución de la ecuación? ¿Por qué? ¿Qué número deberás incluir en el conjunto solución encontrado?".
- b) Preguntarle: "Si factorizas la expresión $x^2 - 6x$, ¿cuáles son los factores que se obtienen? Al igualar a cero cada factor, ¿qué valores se obtienen para la incógnita? Entonces, ¿cuáles serán las raíces del conjunto solución?".
- c) Preguntarle: "Una incógnita se caracteriza por representar un valor desconocido. ¿Es correcto dividir x^2 entre la incógnita x cuando esta toma el valor cero? ¿Crees que estás descartando ese valor al hacer la división? ¿Por qué?".

9. Con el propósito de que los estudiantes modelen situaciones que involucran funciones exponenciales, una docente presenta el siguiente problema:

En un estudio sobre un tipo de bacteria, se observó que la fase de reproducción se desarrolla de manera exponencial, duplicándose la cantidad de bacterias **cada 20 minutos durante 6 horas.**

Si al inicio de la fase de reproducción hubo 60 000 bacterias, ¿cuál es la expresión que representa la cantidad de bacterias que hubo en **x horas** transcurridas desde el inicio de la fase de reproducción.

Tres estudiantes respondieron el problema. ¿Qué lo hizo de manera correcta?

- a) Alan respondió: "En x horas hubo 60 000. 2^x bacterias, donde $0 \leq x \leq 6$ ".
 b) Betty respondió: "En x horas hubo 60 000. 2^{3x} bacterias, donde $0 \leq x \leq 6$ ".
 c) César respondió: "En x horas hubo 60 000. $2^{\frac{x}{3}}$ bacterias, donde $0 \leq x \leq 6$ ".

$$\begin{aligned} 60 \text{ min} &= 1 \text{ h} \\ 20 \text{ min} &= \frac{1}{3} \text{ h} \\ 3(20 \text{ min}) &= 1 \text{ h} \end{aligned}$$

Cantidad de bacterias $C(x) = 60000 \cdot 2^{3(x)}$

En una hora.

$t_1 = 60000(2)$	a)	$60000(2^1)$	X
$t_2 = 60000(2^2)$	b)	$60000(2^3)$	✓
$t_3 = 60000(2^3)$	c)	$60000(2^{\frac{1}{3}})$	X

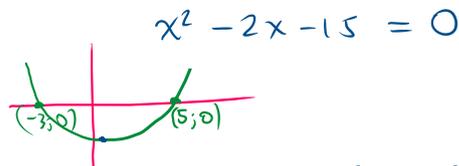
10. Como parte de un problema que involucra funciones cuadráticas, un docente propone a los estudiantes de tercer grado la siguiente tarea:

Sea la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2x - 15$. Su gráfica es una parábola.

Determina los puntos de intersección de esta parábola con el eje de las abscisas.

¿Cuál de los siguientes pares de puntos corresponden a la intersección de la parábola con el eje de abscisas?

- a) Los puntos de intersección son: (-3; 0) y (5; 0).
 b) Los puntos de intersección son: (3; 0) y (-5; 0).
 c) Los puntos de intersección son: (0; -3) y (0; 5).



$$\begin{aligned} x = -3 &\vee & x = 5 \\ (-3, 0) & & (5, 0) \end{aligned}$$

(Método 2)

Con derivadas:

$$f(x) = x^2 - 2x - 15$$

$$f'(x) = 2x - 2 = 0$$

$$x = 1$$

$$\text{Ordenada: } f(1) =$$

Mínimo de la función.

Valor óptimo de x (Método 1)

$$x = -\frac{b}{2a} \quad f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

$$x = -\frac{-2}{2} = 1 \quad f(1) = 1^2 - 2(1) - 15 = -16$$

$$\text{Vértice: } (1; -16)$$

Explicación:

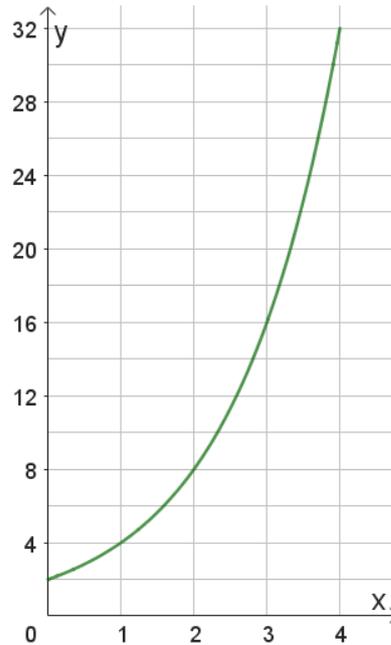
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \quad \checkmark$$

$$y - k = (x - h)^2$$

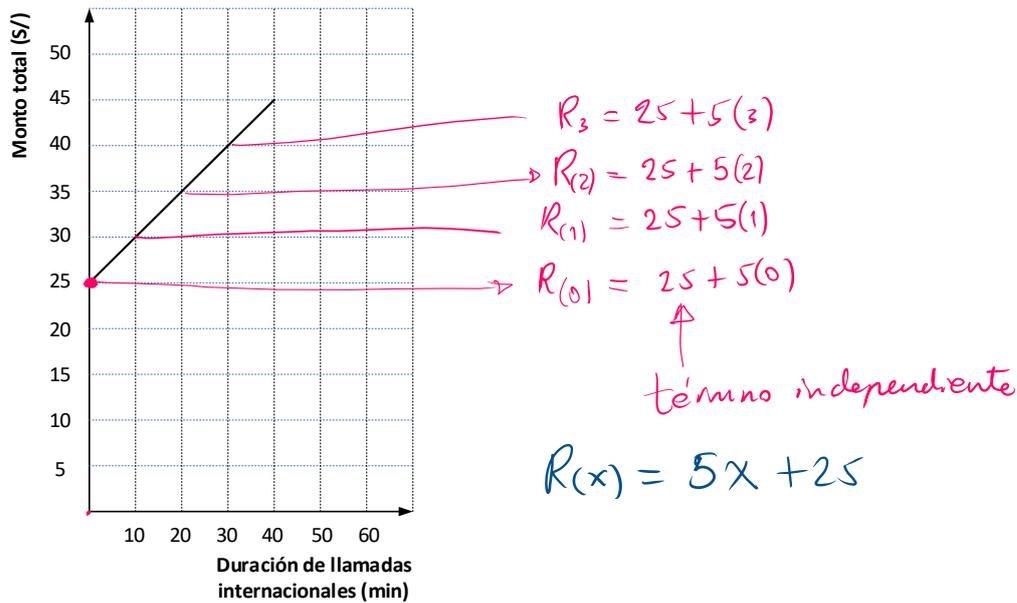
11. La siguiente gráfica de una función modela una determinada situación.



¿A cuál de las siguientes situaciones correspondería esta gráfica?

- a) En un instante determinado, un tren que viaja en línea recta se encuentra a 2 kilómetros de una ciudad; en el siguiente minuto, se encuentra a 4 kilómetros; en el siguiente, a 6 kilómetros; en el minuto siguiente a 8 kilómetros, y así sucesivamente.
- b) Las amebas son organismos unicelulares que, bajo ciertas condiciones, se duplican cada hora. En un cultivo, se encontraban la siguiente cantidad de amebas: al inicio había 2 amebas; en 1 hora, 4 amebas; en 2 horas, 8 amebas, y así sucesivamente.
- c) Una empresa invirtió miles de soles de la siguiente manera: en el primer mes, invirtió 2 mil soles; en el segundo mes, 4 mil soles; en el tercero, 8 mil soles; en el cuarto mes, invirtió 16 mil soles, y así sucesivamente.

12. En cierto mes, un recibo de telefonía celular que corresponde a un plan postpago para llamadas ilimitadas nacionales contempla los siguientes conceptos: cargo fijo y llamadas internacionales. A partir de la información de dicho recibo, se elaboró la siguiente gráfica:



De acuerdo con esta gráfica, ¿cuál es el cargo fijo que se cobra mensualmente en el recibo de telefonía mencionado?

- a) S/ 5
 b) S/ 25
 c) S/ 45
13. Un docente tiene el propósito de que los estudiantes **afiancen** su **comprensión del reparto proporcional**.
 ¿Cuál de las siguientes tareas es pertinente para contribuir al logro de dicho propósito?
- a) Si se sabe que el precio de 1,5 kilogramos de arroz es 4,80 soles, determinar el precio de 3,5 kilogramos de arroz.
 b) Determinar la cantidad total de matriculados en un taller de canto si se sabe que hay 24 mujeres matriculadas, y que hay 3 varones por cada 4 mujeres.
 c) En un emprendimiento económico, Marisol invirtió 2500 soles y Laura 3500 soles. Si se obtuvo una ganancia total de 1200 soles, determinar cuánto le corresponde a cada una, de acuerdo a su inversión.
14. Una docente, para profundizar aprendizajes de los estudiantes de cuarto grado a partir de situaciones que involucran funciones exponenciales, les presenta la siguiente expresión:

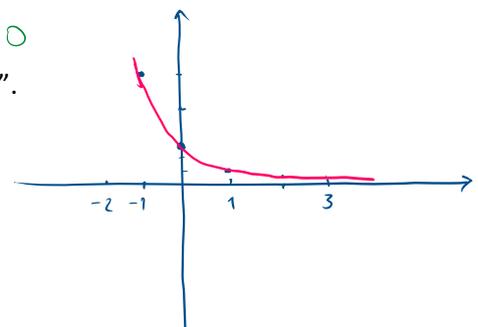
$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

Seguidamente, les solicita que describan la relación entre las variables de la función representada.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es una característica de esta función exponencial?

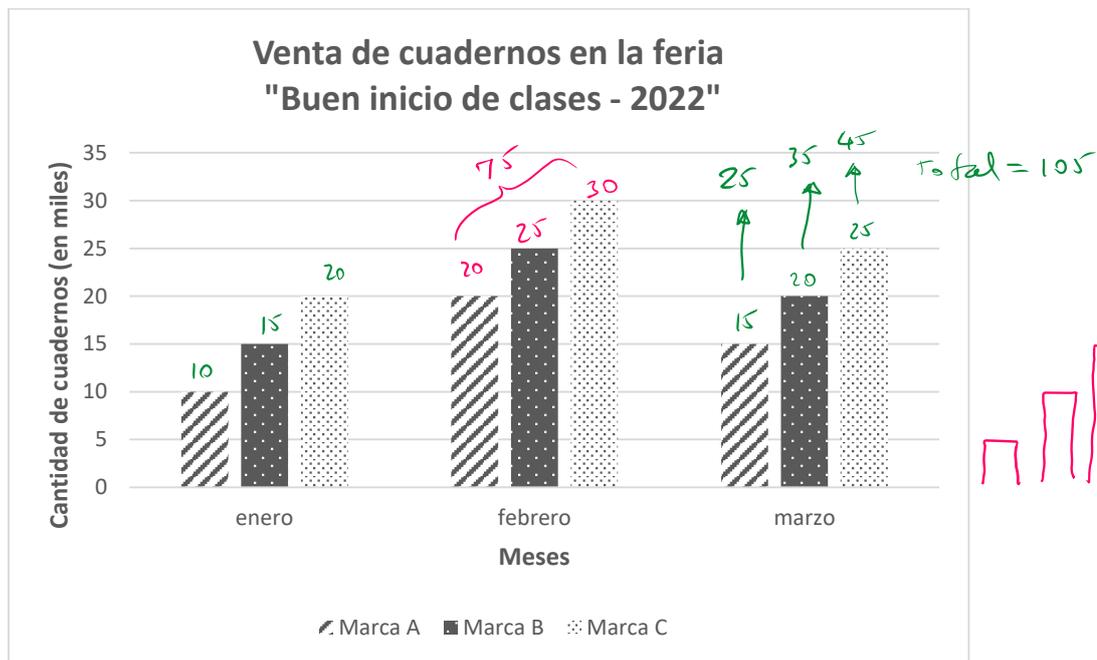
- a) Pamela dice: "La función es creciente".
 b) Eduardo dice: "Cuando x aumenta $f(x)$ disminuye".
 c) Doris dice: "Cuando x tiende a $+\infty$, entonces $f(x)$ tiende a $+\infty$ ".

x	$f(x)$
0	1
1	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{9}$
3	$\frac{1}{27}$
-1	3
-2	9



Lea la siguiente situación y responda las preguntas 15, 16 y 17.

En una sesión de aprendizaje, un docente les presenta a los estudiantes el siguiente gráfico de barras:



15. El docente les solicitó **sacar conclusiones del gráfico** de barras presentado. Tres estudiantes realizaron afirmaciones. ¿Quién dijo una afirmación **correcta**?
- Gino dijo: "En febrero se vendieron más cuadernos que el total de cuadernos vendidos en los otros dos meses".
 - Iris dijo: "La marca de cuadernos que más se vendió en cada uno de estos meses fue la marca C".
 - Lizardo dijo: "Cada mes, todas las marcas fueron incrementando sus ventas".
16. El docente pide a los estudiantes que realicen inferencias a partir de la información proporcionada por el gráfico de barras. ¿Cuál de ellos realizó una **inferencia**?
- Pedro dijo: "Para el mes siguiente a marzo, es probable que las ventas de la marca C sean mayores que las ventas de la marca B, y estas mayores que las de A".
 - Hilda dijo: "El gráfico muestra la cantidad de cuadernos de las marcas A, B y C que se vendieron en enero, febrero y marzo en una feria". ?
 - Susana dijo: "En enero, se registró una menor cantidad de ventas en comparación con febrero y marzo". Descripción
17. El docente busca que los estudiantes realicen interpretaciones sobre este gráfico de barras, lo cual implica que **relacionen datos, comparen cantidades y usen conceptos y destrezas matemáticas**. ¿Cuál de las siguientes preguntas es **más pertinente** para ello?
- ¿Cuántos cuadernos de la marca B se vendieron en cada mes?
 - ¿Por qué creen que disminuyeron las ventas de febrero a marzo?
 - ¿Cuántos cuadernos más de la marca A se vendieron en marzo que en enero?

20. En una fábrica de detergente, las bolsas de un kilogramo se llenan automáticamente en una línea de producción. Los pesos de estas bolsas llenas forman una distribución normal. El promedio de pesos es 1010 gramos y la desviación estándar es 10 gramos. Además, se sabe que cerca del 68 % de los pesos registrados se encuentran a no más de una desviación estándar de la media.

A partir del caso presentado, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Aproximadamente el 68 % de las bolsas pesan entre 1000 y 1020 gramos.
- b) Aproximadamente el 68 % de las bolsas pesan entre 1005 y 1015 gramos.
- c) Aproximadamente el 68 % de las bolsas pesan entre 1010 y 1020 gramos.

