



GRUPO
DOCENTE PERÚ
ALCANZANDO EL ÉXITO

MATEMÁTICA

PREPARACIÓN
**EXAMEN DE
ASCENSO
2023**

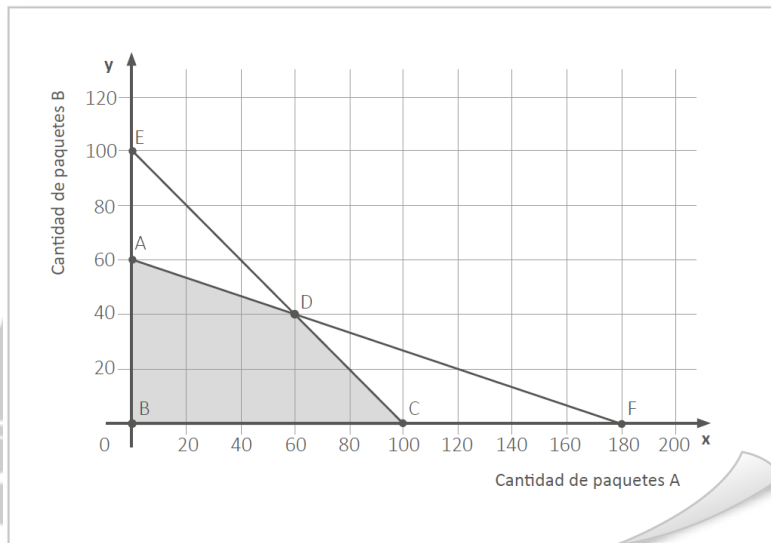
MATEMÁTICA: CASUÍSTICA
REPASO 2: MISCELANEA DE PROBLEMAS

1. Una docente propone el siguiente problema a sus estudiantes:

Una tienda promociona dos tipos de paquetes. El paquete A contiene 1 camisa y 1 pantalón, y el paquete B, 3 camisas y 1 pantalón. En el almacén de la tienda, hay en total 180 camisas y 100 pantalones. Determinen las cantidades de paquetes de cada tipo que se podrían armar.

Los estudiantes se han dividido en equipos para resolver el problema.

Uno de los equipos presentó la representación gráfica del sistema de inecuaciones que modela la relación entre las cantidades de paquetes de tipo A y tipo B.



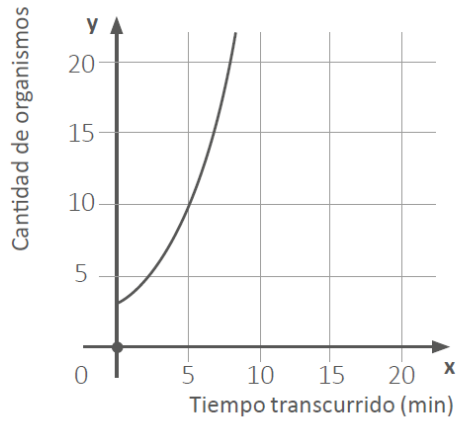
Con respecto a la gráfica presentada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- La máxima cantidad de paquetes de tipo B, que se pueden armar, es 100.
- En la tienda se pueden armar 20 paquetes del tipo A y 60 paquetes del tipo B.
- En 60 paquetes de tipo A y 40 de tipo B se utiliza el total de camisas y pantalones.

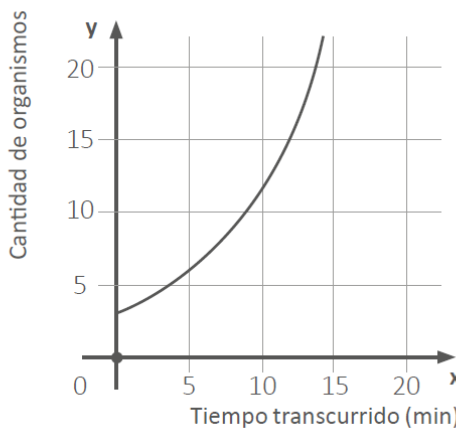
2. Se quiere construir una caja, sin tapa, cuya base y caras laterales sean rectangulares. Para ello, se utilizará una lámina de cartón rectangular cuyas dimensiones son de 30 cm y 20 cm. El primer paso para la construcción de la caja será recortar cuadrados de lado “x” en las esquinas y, luego, se doblarán los lados hacia arriba.
¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de la base de la caja en centímetros cuadrados?
- a) $A(x) = 600 - 100x - 4x^2$
 - b) $A(x) = 600 - 50x + x^2$
 - c) $A(x) = 600 - 4x^2$
3. La función $f(x) = x^2$ y la función $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ fueron representadas gráficamente en el mismo plano de coordenadas mediante parábolas.
¿Cuál de las siguientes afirmaciones expresa la relación entre los vértices de estas parábolas?
- a) El vértice de la parábola que representa a $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ se ubica a 2 unidades a la derecha y 1 unidad hacia arriba del vértice de la parábola que representa a $f(x) = x^2$.
 - b) El vértice de la parábola que representa a $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ se ubica a 2 unidades a la derecha y 1 unidad hacia abajo del vértice de la parábola que representa a $f(x) = x^2$.
 - c) El vértice de la parábola que representa a $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ se ubica a 2 unidades a la izquierda y 1 unidad hacia arriba del vértice de la parábola que representa a $f(x) = x^2$.

4. Existen organismos unicelulares que se reproducen duplicándose. En un laboratorio y bajo condiciones óptimas, un tipo de organismo unicelular se duplica cada 5 minutos. Si había 3 de ellos cuando se empezó a realizar la observación, ¿cuál de las siguientes gráficas representa la función que modela la cantidad de organismos unicelulares en relación con el tiempo transcurrido en minutos?

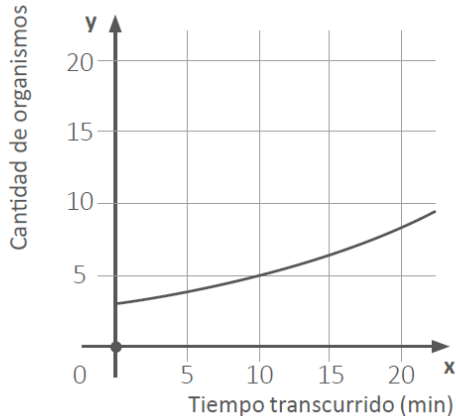
a



b



c



5. El registro simultáneo de la hora de tres momentos distintos en dos relojes, uno en perfectas condiciones y otro descompuesto, es el siguiente:

- Cuando el reloj en perfectas condiciones marcaba las 18:00 h, el reloj descompuesto marcaba las 17:42 h.
- Cuando el reloj en perfectas condiciones marcaba las 20:00 h, el reloj descompuesto marcaba las 19:38 h.
- Cuando el reloj en perfectas condiciones marcaba las 23:00 h, el reloj descompuesto marcaba las 22:32 h.

¿Qué hora marcaba el reloj descompuesto cuando el reloj en perfectas condiciones marcaba las 12:00 h?

- a) 11:52 h
- b) 11:54 h
- c) 11:58 h

6. Una docente tiene como propósito que sus estudiantes seleccionen la medida de tendencia central apropiada para representar un conjunto de datos al resolver problemas.
¿Cuál de los siguientes problemas favorece el logro del propósito planteado?

- a) 7 amigos, procedentes de diferentes ciudades, han viajado para reunirse en una determinada ciudad. Arturo viajó 40 km; Benjamín, 120 km; Cristina, 73 km; Doris, 60 km; Ernesto, 75 km; Federico, 85 km; y Gabriela, 60 km. Calcule la media, la mediana y la moda de las distancias que han viajado estos amigos. ¿Cuál de estas medidas de tendencia central es la de mayor valor numérico?
- b) Se desea realizar un estudio comparativo de las masas corporales de las mujeres de las secciones de segundo grado. Se registró las masas de 10 estudiantes mujeres por sección. Las masas de una de las muestras son: 56 kg, 63 kg, 61 kg, 57 kg, 58 kg, 60 kg, 62 kg, 63 kg, 57 kg y 59 kg. ¿Cuál es el valor de la media, mediana y moda de estos datos?
- c) En un aula, se realizó una encuesta a los estudiantes sobre el tiempo que necesitan para ducharse. Un 15% de los encuestados necesita 10 minutos; 20%, 25 minutos; 25%, 20 minutos; y el resto necesita 15 minutos. ¿Qué medida de tendencia central describe mejor el tiempo más frecuente que necesitan los estudiantes encuestados para ducharse?

7. Un docente registró la cantidad de hojas de colores que cada uno de los estudiantes llevó al aula para un trabajo:

2	4	0	1	0
5	4	2	0	4
2	0	3	1	2
1	0	4	0	3
2	4	1	3	0

Luego, les presentó estos datos y les pidió que obtuvieran el promedio.
Uno de los estudiantes presentó su solución:

$$\bar{x} = \frac{5(2) + 5(4) + 7(0) + 4(1) + 1(5) + 3(3)}{25} = \frac{48}{25} = 1,92$$

Y dijo: “En promedio, tenemos 1,92 hojas de colores por estudiante, ¿1,92 hojas?”.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para favorecer en este estudiante la interpretación del promedio?

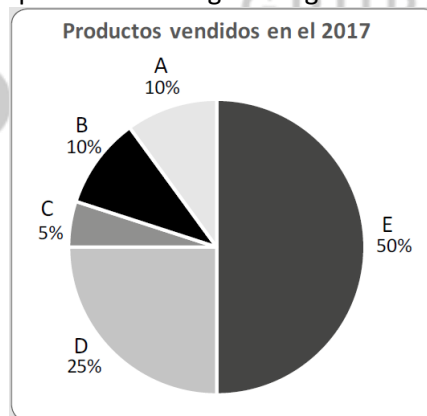
- Pedirle que explique por qué le parece extraño el promedio obtenido y si cree que es incorrecto. Luego, preguntarle: “Si tuviéramos que distribuir todas las hojas de colores entre todos, de forma equitativa, ¿es posible repartir 1 hoja de color a cada estudiante? ¿Será posible repartir 2 hojas? ¿Por qué? ¿Cómo se entiende que el promedio sea 1,92?”.
- Presentarle un caso similar, por ejemplo, el de considerar las estaturas de sus compañeros y pedirle que calcule el promedio de estas estaturas. Luego, preguntarle: “¿Cuánto es la suma de las estaturas? ¿Cuántas estaturas fueron registradas? ¿Cuál es el promedio de estas estaturas? ¿Cómo se entiende este promedio?”.
- Decirle que no siempre el promedio de un conjunto de datos es un número entero y que es válido que pueda resultar un número decimal. Luego, preguntarle: “¿Cuántas hojas de colores hay en total? ¿Cuántos estudiantes fueron registrados? ¿Cuál es el promedio de hojas de colores por estudiante?”.

8. ¿Cuál de las siguientes tareas es de mayor demanda cognitiva?
- La media de la edad de 5 personas es 18 años y la mediana de sus estaturas es 1,65 m. Si se sabe que 4 de estas personas tienen 14, 18, 19 y 20 años y sus estaturas son 1,60 m; 1,62 m; 1,70 m y 1,73 m, ¿cuál es la edad y estatura que tiene la persona restante, de modo que cumplan, respectivamente, con la media y mediana dadas? Explica tu procedimiento.
 - David desea saber qué valor representa la asistencia de aficionados al estadio de su comunidad durante dos meses. Para ello, solicitó la asistencia durante dicho periodo: 1800, 2000, 1600, 1800, 2400, 2200, 2800 y 8000. ¿Cuál de las siguientes medidas es pertinente para encontrar ese valor: la media, mediana o moda? Explica tu respuesta.
 - El equipo de básquet femenino está conformado por Andrea (1,80 m), Blanca (1,65 m), Cinthya (1,60 m), Doris (1,70 m) y Elena (1,58 m). El día de hoy, Fernanda (1,60 m) se incorpora al equipo. ¿Su inclusión aumentará o disminuirá la media de las estaturas del equipo? Explica tus razones.

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 9 y 10.

Una docente tiene como propósito evaluar el logro del siguiente desempeño: “Interpreta información de un gráfico circular estableciendo relaciones entre porcentajes y fracciones”; para ello, selecciona la siguiente actividad.

Durante una reunión sobre el balance anual del 2017, el gerente de una empresa está brindando información a sus colaboradores. Para representar la cantidad de productos vendidos (A, B, C, D y E), ha presentado el siguiente gráfico:



Luego, la docente indica que observen el gráfico y elaboren conclusiones acerca de la venta anual de los productos ofrecidos por la empresa estableciendo relaciones entre porcentajes y fracciones.

Para evaluar la respuesta de los estudiantes, la docente ha elaborado una rúbrica con las descripciones de los niveles “En inicio”, “En proceso” y “Logrado”.

En inicio	En proceso	Logrado	Destacado
Menciona información explícita del gráfico.	Elabora conclusiones que implican comparaciones entre los sectores y el total utilizando solo porcentajes.	Elabora conclusiones que implican comparaciones entre los sectores y el total utilizando porcentajes y fracciones.	

9. La docente está interesada en plantear la descripción del nivel “Destacado”. ¿Cuál de las siguientes descripciones es la que corresponde al nivel “Destacado”?
- a) Elabora de cinco a más conclusiones que implican comparaciones entre los sectores y el total utilizando porcentajes y fracciones.
 - b) Elabora conclusiones que implican comparaciones entre los sectores y el total, y entre sectores entre sí utilizando porcentajes y fracciones.
 - c) Elabora conclusiones que implican comparaciones entre los sectores y el total utilizando porcentajes y fracciones. Además, encuentra el ángulo que representa cada sector del gráfico circular.
10. Al revisar las conclusiones de los estudiantes, la docente encuentra el siguiente registro de un estudiante:

La cantidad vendida del producto E representa el 50% de la venta anual y equivale a la mitad de dicha venta, y es mayor que la cantidad vendida del producto D que representa el 25% de la venta anual y equivale a la cuarta parte de dicha venta.

Considerando la rúbrica presentada, ¿cuál es el nivel de logro alcanzado por el estudiante?

- a) En proceso
- b) Logrado
- c) Destacado

11. Una docente mostró a los estudiantes una ruleta circular no trucada, en posición vertical, y dividida equitativamente en 4 regiones. Cada región ha sido etiquetada con una letra: A, B, C y D. Luego, preguntó: “Si giramos la ruleta con fuerza, ¿podremos saber en qué letra se detendrá?”.

Un estudiante respondió: “Creo que sí. Por ejemplo, si la ruleta empieza a girar cuando la flecha señala la letra A, es más probable que, cuando se detenga, la flecha también señale la letra A”.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurre el estudiante?

- a) Considerar que la probabilidad de obtener A es mayor que la probabilidad de obtener B, C o D.
- b) Considerar que obtener A, B, C o D cada vez que se gira la ruleta son eventos dependientes.
- c) Considerar que la letra de inicio es una condición que influye en la probabilidad de obtener A, B, C o D al girar la ruleta.

12. Con el propósito de que sus estudiantes afiancen su comprensión sobre la aleatoriedad, un docente les pide que propongan situaciones aleatorias.

Uno de los estudiantes propone: “El lanzamiento de un dado”.

Otro estudiante comenta: “El lanzamiento de una moneda, también”.

Después, el docente pregunta: “¿Cuándo un experimento es aleatorio?”.

Un tercer estudiante responde: “Un experimento es aleatorio cuando no se puede predecir

el resultado y cuando todos los sucesos tienen la misma probabilidad de salir”.

¿Cuál de las siguientes preguntas es pertinente para favorecer la generación del conflicto cognitivo en este estudiante?

- a) Si giras una ruleta, no trucada, dividida en 8 secciones equitativamente con colores diferentes en cada sección, ¿todos los colores tienen la misma probabilidad de salir? ¿Es un experimento aleatorio? Entonces, ¿cuándo no lo sería? ¿Por qué?
- b) Si tienes una caja con 3 bolas rojas y 6 bolas azules, ¿extraer, sin mirar, una bola roja o una azul tendrá la misma probabilidad de salir? ¿Se podrá predecir el color de la bola? Entonces, ¿este experimento será aleatorio?
- c) ¿Estás seguro de que esa es la definición de experimento aleatorio? ¿No será que estás restringiendo la definición de aleatoriedad solo para sucesos que tienen la misma probabilidad de salir?

13. Una docente propone el siguiente problema a sus estudiantes:

Si se lanzan dos dados no trucados, ¿cuál es la probabilidad de obtener 4 en cada uno de los dados?

Un estudiante interviene y se suscita el siguiente diálogo:

Estudiante: “Maestra, dígame, ¿la probabilidad de obtener 4, al lanzar un dado, es $1/6$?”.

Docente: “Así es. Si lanzas un solo dado, la probabilidad de obtener 4 es igual a $1/6$; porque

solo hay 1 caso favorable de 6 casos posibles”.

Estudiante: “Entonces, la probabilidad de obtener 4 en ambos dados será $2/6$ ”.

Con respecto a la última afirmación, ¿cuál de las siguientes alternativas corresponde al error en el que incurre el estudiante?

- a) Considerar que la probabilidad de obtener 4 en cada dado se genera a partir de una relación de proporcionalidad.
- b) Considerar que la ocurrencia de que se obtenga 4 en un dado es independiente de que se obtenga 4 en el otro.
- c) Considerar la probabilidad de obtener 4 en uno de los dados sabiendo que se obtuvo 4 en el otro.

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 14, 15 y 16.

Un docente presentó a los estudiantes la siguiente situación:

Una fábrica produce rodajes, que es una pieza metálica que usa bolitas de acero. Las empresas A y B proveen estas bolitas a la fábrica, cuyo principal requerimiento es que todas las bolitas de acero midan exactamente 12 mm de diámetro; sin embargo, por razones de producción, ni la empresa A ni la empresa B logran hacerlas todas iguales.

La fábrica de rodajes mide con aparatos de mucha precisión los diámetros de las bolitas y, sobre la base de estas mediciones, encuentra los siguientes valores:

En el caso de la empresa A, el promedio de las medidas de los diámetros es 12 mm y su desviación estándar es 1,08 mm, mientras que, en la empresa B, el promedio de las medidas de los diámetros es 12 mm y su desviación estándar es 1,24 mm.

14. El docente les pidió a los estudiantes que analizaran la situación y que respondan a la siguiente pregunta:

“¿Qué conclusiones se pueden extraer de los datos?”.

Uno de los estudiantes concluyó: “En el caso de la empresa A, la medida máxima del diámetro de las bolitas de acero es 13,08 mm y la mínima es 10,92 mm”.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurre este estudiante?

- Considerar que el rango de las medidas de los diámetros de las bolitas suministradas por la empresa A está dado por una desviación estándar por encima y por debajo del promedio de dichas medidas.
 - Considerar que la medida máxima y mínima de los diámetros de las bolitas suministradas por la empresa A se obtienen de multiplicar y dividir, respectivamente, el promedio y la desviación estándar.
 - Considerar la desviación estándar como el promedio de los valores absolutos de las diferencias de las medidas de los diámetros de las bolitas suministradas por la empresa A y el promedio de dichas medidas.
15. El docente planteó la siguiente pregunta:

“¿Cuál de las dos empresas proveedoras de bolitas de acero tiene menos margen de error respecto al requerimiento de la fábrica de rodajes?”.

Uno de los estudiantes presentó su resolución:

Empresa A	Empresa B
Promedio: 12 mm	Promedio: 12 mm
Desviación estándar: 1,08 mm	Desviación estándar: 1,24 mm
Coefficiente de variación:	Coefficiente de variación:
$CV = \frac{12}{1,08}$	$CV = \frac{12}{1,24}$
$CV = 11,11$	$CV = 9,68$

La empresa B, porque, a menor coeficiente de variación, las medidas de los diámetros son menos dispersas respecto a 12 mm.

El docente busca retroalimentar al estudiante para que reflexione sobre la resolución que presentó. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es la **más** pertinente para conseguir este propósito?

- Explicarle que el coeficiente de variación es una medida que permite comparar, entre ambas empresas, la dispersión de las medidas de los diámetros con respecto a su promedio. Luego, decirle que, para su comprensión, es mejor expresarlo en porcentajes. Finalmente, solicitarle que verifique si su respuesta es correcta.
- Preguntarle qué entiende por “tener menos margen de error respecto al requerimiento de la empresa de rodajes” y pedirle que compare los promedios, las desviaciones estándar y los coeficientes de variación de ambas empresas. Finalmente, solicitarle que repase sus operaciones para saber si son correctas.
- Pedirle que mencione qué entiende por coeficiente de variación. Luego, mediante preguntas orientarlo a que entienda la relación entre la desviación estándar y el promedio como la relación de una parte respecto del total. Finalmente, solicitarle que revise su procedimiento para saber si es correcto.

16. Con el propósito de que afiancen su comprensión sobre las medidas de dispersión, el docente propone a los estudiantes diversas tareas.
¿Cuál de las siguientes tareas es de mayor demanda cognitiva?
- Expresar el valor que tendría la desviación estándar de las medidas de los diámetros de un conjunto de bolitas de acero, cuyo promedio de estas medidas es 12 mm y el coeficiente de variación es 0,12.
 - Proponer un valor para el promedio y otro para la desviación estándar, de tal modo que las medidas de los diámetros de las bolitas de acero tengan menor margen de error respecto al requerimiento de la fábrica de rodajes, en comparación con las suministradas por las empresas A y B.
 - Calcular el coeficiente de variación en relación con las medidas de los diámetros de las bolitas de acero de una empresa C, que también es proveedora de la fábrica de rodajes, asumiendo que el promedio de las medidas de los diámetros de estas bolitas es 12 mm y su desviación estándar es la décima parte del promedio.
17. Con el propósito de que afiancen su comprensión sobre las medidas de dispersión, el docente propone a los estudiantes diversas tareas.
¿Cuál de las siguientes tareas es de mayor demanda cognitiva?
- Expresar el valor que tendría la desviación estándar de las medidas de los diámetros de un conjunto de bolitas de acero, cuyo promedio de estas medidas es 12 mm y el coeficiente de variación es 0,12.
 - Proponer un valor para el promedio y otro para la desviación estándar, de tal modo que las medidas de los diámetros de las bolitas de acero tengan menor margen de error respecto al requerimiento de la fábrica de rodajes, en comparación con las suministradas por las empresas A y B.
 - Calcular el coeficiente de variación en relación con las medidas de los diámetros de las bolitas de acero de una empresa C, que también es proveedora de la fábrica de rodajes, asumiendo que el promedio de las medidas de los diámetros de estas bolitas es 12 mm y su desviación estándar es la décima parte del promedio.
18. Una docente tiene como propósito que sus estudiantes afiancen su comprensión de la probabilidad condicional. Para ello, llevó al aula, como material de trabajo, una baraja de 52 cartas, en la cual cada palo de la baraja (trébol, espada, corazón y diamante) está conformado por 13 cartas.
Utilizando este material, ¿cuál de las siguientes situaciones podría proponer la docente para que los estudiantes hagan uso de la probabilidad condicional?
- Se han colocado 52 cartas de la baraja sobre una mesa, mezcladas y apiladas. Si se sabe que la primera carta es un número par, calculen la probabilidad de que sea 2.
 - Se han colocado 13 cartas de un mismo palo de la baraja sobre una mesa, mezcladas y apiladas. Calculen la probabilidad de que la primera carta corresponda a un número impar.
 - Se han colocado 2 cartas de espadas y 3 de corazones mezcladas y apiladas sobre una mesa. Al tomar una carta, esta es de corazones. Luego, se devuelve y se vuelve a mezclar. Calculen la probabilidad de que, al tomar nuevamente una carta, esta sea de espadas.

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 19 y 20.

Los estudiantes de una IE suelen usar el Metro de Lima como medio de transporte. El docente quiere aprovechar este contexto y selecciona la siguiente situación:

El Organismo Supervisor de la Inversión en Infraestructura de Transporte de Uso Público (OSITRAN) realiza, entre otras funciones, estudios sobre el tráfico de pasajeros en la Línea 1 del Metro de Lima. A continuación, se presenta una tabla que registra la cantidad de pasajeros (en miles) durante el mes de octubre del 2017, según intervalos de horario.

Horario	Cantidad de pasajeros (en miles)
06:00 h – 07:00 h	577
07:00 h – 08:00 h	720
08:00 h – 09:00 h	674
09:00 h – 10:00 h	575
10:00 h – 11:00 h	461
11:00 h – 12:00 h	425
12:00 h – 13:00 h	449
13:00 h – 14:00 h	495
14:00 h – 15:00 h	490
15:00 h – 16:00 h	495
16:00 h – 17:00 h	525
17:00 h – 18:00 h	667
18:00 h – 19:00 h	763
19:00 h – 20:00 h	652
20:00 h – 21:00 h	553
21:00 h – 22:00 h	518

Adaptado de: OSITRAN 2017

El docente propone a los estudiantes que seleccionen el gráfico estadístico pertinente para representar la variación de la cantidad de pasajeros durante el mes de octubre del 2017, según intervalos de horarios. ¿Cuál de las siguientes respuestas es correcta?

19. El docente propone a los estudiantes que seleccionen el gráfico estadístico pertinente para representar la variación de la cantidad de pasajeros durante el mes de octubre del 2017, según intervalos de horarios. ¿Cuál de las siguientes respuestas es correcta?
 - a) Álvaro: “Gráfico de líneas”.
 - b) Blanca: “Gráfico circular”.
 - c) Camilo: “Histograma”.

20. El docente planteará una tarea con el propósito de que los estudiantes analicen la pertinencia del uso del gráfico seleccionado en función de la información presentada. ¿Cuál de las siguientes tareas es pertinente para el propósito del docente?
 - a) Explica las características del gráfico estadístico seleccionado y sus principales funciones.
 - b) Elabora afirmaciones en relación con la información que representa el gráfico estadístico seleccionado.
 - c) Expresa razones de la selección de un gráfico estadístico, considerando las características de la información.