



GRUPO
DOCENTE PERÚ
ALCANZANDO EL ÉXITO

MATEMÁTICA

PREPARACIÓN
**EXAMEN DE
ASCENSO
2023**

MATEMÁTICA: CASUÍSTICA
REPASO 1: MISCELANEA DE PROBLEMAS

1. ¿Cuál de las siguientes tareas es de **mayor** demanda cognitiva?

a) Si un hexágono representa $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de una unidad, ¿cuántos hexágonos conforman la unidad?

b) Efectúa las siguientes operaciones:

$$\frac{1}{5} \times \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{3} \times 4 \frac{4}{5}$$

$$2 \frac{5}{30} \times 3 \frac{4}{18}$$

c) Sergio está preparando una receta que indica que, por cada porción, se necesita $\frac{1}{4}$ de taza de azúcar. Si él va a preparar 2 porciones, ¿qué parte de taza de azúcar necesitará?

2. Una docente está trabajando con sus estudiantes la **representación de fracciones** como el **cociente de números enteros** y les plantea la siguiente pregunta:

“¿Cuántas fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ hay entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$?”.

Un estudiante dijo: “Existen muchas fracciones homogéneas, por ejemplo $\frac{5,1}{13}$; $\frac{5,2}{13}$; $\frac{5,3}{13}$; etc.”.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para brindar **retroalimentación** al estudiante de modo que **reflexione sobre su afirmación**?

a) Presentar una recta numérica y pedir que ubique en ella las fracciones $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$.

Luego, solicitar que ubique, en esta recta, las expresiones $\frac{5,1}{13}$; $\frac{5,2}{13}$; $\frac{5,3}{13}$ y fracciones

homogéneas a $\frac{1}{13}$, cuyo numerador sea un número entero entre 5 y 8.

- b) Solicitar que determine la fracción que equivale a 5,1 y preguntar: “Al reemplazar la fracción que equivale a 5,1 en la expresión $\frac{5,1}{13}$, ¿qué fracción se obtendrá? ¿Será homogénea a $\frac{1}{13}$?”. Luego, pedir que evalúe si las expresiones $\frac{5,2}{13}$ y $\frac{5,3}{13}$ son homogéneas a $\frac{1}{13}$.

$$5,1 = \frac{51}{10} \rightarrow \frac{5,1}{13} = \frac{\frac{51}{10}}{13} = \frac{51}{130}$$

- c) Preguntar a la clase: “¿Qué ejemplos de fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ podrían compartir con su compañero?”, de modo que el estudiante anote dichos ejemplos. Luego, solicitarle que seleccione aquellas fracciones que se encuentran entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$, y comparta su respuesta con la clase.

3. Un docente tiene como propósito que sus estudiantes comprendan el significado del valor absoluto de números enteros.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para promover el logro de dicho propósito?

- a) Entregar una ficha de trabajo que presente la expresión $\forall x \in \mathbb{Z}, |x| = \begin{cases} x, & \text{si } x > 0 \\ 0, & \text{si } x = 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$

y que contenga ejercicios resueltos, en los que se ha hallado el valor absoluto de números enteros positivos, negativos y del cero. Luego, proponer que se guíen de estos ejercicios para resolver otros.

- b) Proporcionar una recta numérica para que ubiquen en ella un número entero positivo y otro negativo. Luego, preguntar por la distancia que existe desde cada uno de esos números hasta cero. Después, pedir que traten de expresar una definición de valor absoluto considerando dichas distancias.
- c) Pegar en la pizarra un cartel con el siguiente enunciado: “El valor absoluto de un número entero cualquiera es el número natural que resulta de prescindir del signo y de las barras que lo encierran”. Luego, proponer que hallen $|+9|$ y $|-9|$ y preguntar por el resultado que se obtuvo en cada caso. Después, absolver dudas si las hubiera.

4. Un docente tiene como propósito que sus estudiantes resuelvan problemas que implican operaciones con números enteros. Para ello, como una de las actividades propuestas, plantea la siguiente pregunta:

“¿Qué entienden por la multiplicación de dos números?”.

Una estudiante responde lo siguiente: “La multiplicación es una operación que consiste en repetir varias veces un número”.

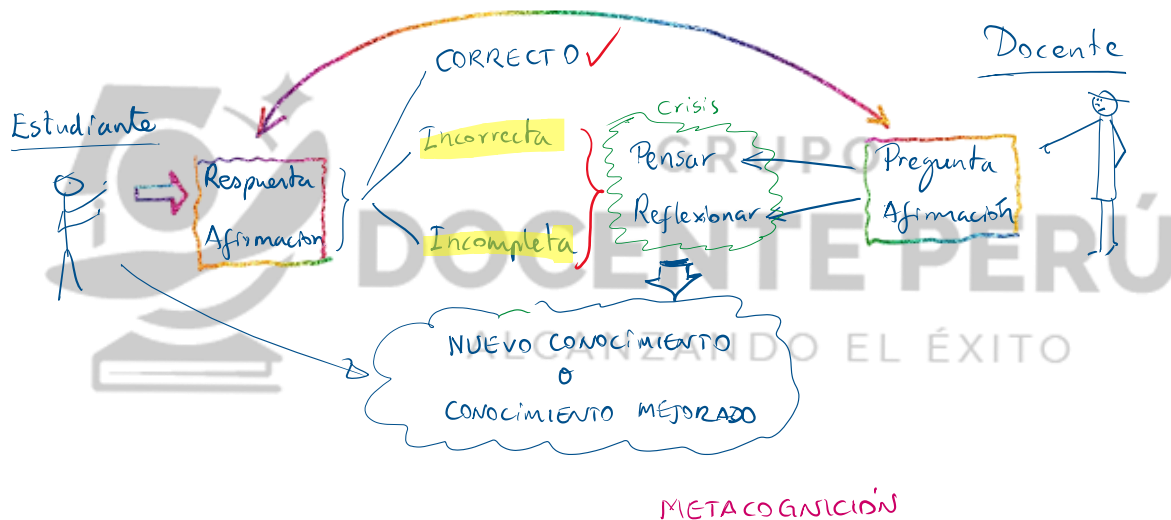
$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4$$

3 veces el 4

Luego el docente le pregunta: “¿Cómo entiendes la multiplicación de -3×-4 ? ¿Cuántas veces se repetiría el número -3 en la multiplicación?”.

¿Por qué la acción docente favorece la generación del conflicto cognitivo en la estudiante?

- Porque cuestiona el significado de la multiplicación que asume la estudiante.
- Porque promueve la participación de la estudiante en la actividad propuesta.
- Porque le presenta un concepto nuevo a la estudiante, como la multiplicación de números enteros.



5. Un docente propuso un problema a sus estudiantes. Luego de que ellos lograron resolverlo, el docente tiene como propósito promover la reflexión de los estudiantes sobre su proceso de resolución. ¿Cuál de las siguientes acciones es pertinente para el logro de su propósito?
- Presentar el proceso de solución y la respuesta correcta en la pizarra para que verifiquen si la respuesta a la que llegaron es la correcta, y en caso sea necesario la corrijan.
 - Preguntar: “¿De qué trataba el problema? ¿Qué datos se evidenciaron en el problema? ¿Cuál era la pregunta del problema? ¿Has resuelto un problema similar anteriormente?”.
 - Solicitar que reconozcan las habilidades que emplearon al resolver el problema y los obstáculos que enfrentaron, y que analicen cómo lograron superarlos.

6. Una docente plantea la siguiente situación para **recoger información sobre el aprendizaje** de sus estudiantes.

Se ha aplicado una encuesta a un grupo de personas para conocer qué mascotas son de su preferencia. A continuación, se muestran los resultados:

Mascota preferida	Cantidad de personas
Perro	15
Gato	9
Conejo	6

$$\frac{15}{30} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$$

Al preguntarle a Rosa por el porcentaje de personas encuestadas que prefiere el perro como mascota, ella responde que es el 15%.

- ¿Por qué la respuesta de Rosa no es correcta? **Explica tu respuesta.** ← Evaluación al estudiante.
 ¿Cuál es el **indicador de evaluación** que se corresponde con la situación planteada?

- Describe el procedimiento realizado para calcular porcentajes.
 - Justifica** el significado de porcentaje diferenciándolo de una cantidad.
 - Evalúa la validez de una afirmación vinculada a los procesos de variación porcentual.
7. Un docente plantea el siguiente problema a sus estudiantes:

Una tienda ha incrementado, en 20%, el precio de unos zapatos que inicialmente costaban S/ 150. Debido a las pocas ventas, la tienda decide reducir el precio en un 20%. ¿Cuál es el precio final de dichos zapatos?

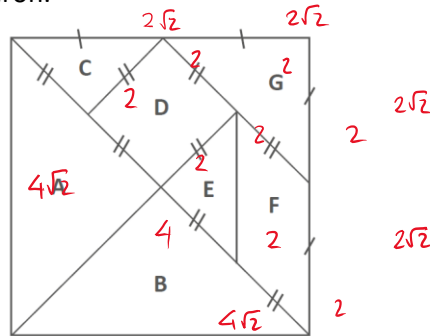
Uno de los estudiantes responde lo siguiente: "El precio final es el mismo, es decir S/ 150.

Primero aumentó 20% y eso es S/ 30, pero luego disminuyó 20%, que es S/ 30; entonces, no hubo ningún cambio, y el precio se mantiene".

El docente tiene como propósito brindar **retroalimentación** de modo que el estudiante **reflexione sobre** su error. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para este propósito?

- Preguntar: "¿Qué porcentajes se han aplicado? ¿Por qué crees que el precio se mantiene igual?". Luego, indicar que, efectivamente, el 20% de S/ 150 es S/ 30 y que por tanto, el nuevo precio de los zapatos, con el aumento, es S/ 180. Después, presentar el procedimiento para calcular el 20% de S/ 180, y concluir que el precio final de los zapatos es S/ 144 y no se mantiene igual como él pensaba.
- Decir que el precio final de los zapatos no es el mismo, ya que se ha aplicado un aumento y un descuento. Luego, indicar que el precio final de los zapatos, considerando ambos porcentajes, es S/ 144. Después, plantear un problema similar indicándole que esta vez se asegure de resolver correctamente el problema y pedir que compare ambos procesos de solución.
- Pedir** que identifique a qué cantidad se le aplica el aumento del 20% y que lo calcule. Luego, solicitar que determine el precio con el aumento. Después, preguntar por la cantidad a la que se le aplicará el descuento del 20%, y pedir que analice si es cierto que el 20% de aumento y el 20% de descuento se aplican a la misma cantidad.

8. Una docente entrega una cartulina de forma cuadrada a cada estudiante, de modo que puedan construir un tangram a partir de una serie de indicaciones. A continuación, se muestra la figura que construyeron:



$$14 < P < 17.$$

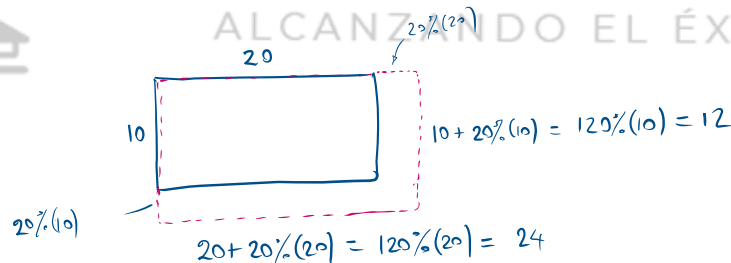
Luego, la docente les menciona que la diagonal del cuadrado grande mide 8 cm.

Posteriormente, la docente solicita a los estudiantes encontrar una figura en el tangram cuyo perímetro sea mayor que 14 cm pero menor que 17 cm. ¿Cuál de los siguientes estudiantes obtuvo la respuesta correcta?

- a) Antonio: "La figura G". $4\sqrt{2} + 4$
 b) Beatriz: "El cuadrilátero formado por las figuras E y F". $8 + 2\sqrt{2}$
 c) Cecilia: "El cuadrilátero formado por las figuras A, C y D". $6\sqrt{2} + 8$

9. Pedro posee una hacienda en la que se utiliza un terreno rectangular, cuyas dimensiones son 10 m y 20 m, para el cultivo de hortalizas. Él se dio cuenta de que, si retirara piedras y maleza de los linderos de este terreno, podría expandir cada una de sus dimensiones en 20%, lo que le permitiría ampliar su área de cultivo de hortalizas. Si procediera a retirar las piedras y maleza, ¿en qué porcentaje aumentaría el área de cultivo de hortalizas con respecto a su área inicial?

- a) 40 %
 b) 44 %
 c) 88 %



$$\text{Área inicial} = 20 \times 10 = 200$$

$$\text{Área final} = 12 \times 24 = 288$$

$$\text{Incremento} = 88$$

$$\text{Increment} = \frac{88}{200} = \frac{44}{100} = 44\%$$

10. Carlos mezcla 300 mL de un enjuague bucal A, que contiene 16% de alcohol, con 500 mL de otro enjuague bucal B, que contiene 24% de alcohol. Como producto de esta mezcla, se obtiene 800 mL de un nuevo enjuague bucal.

$$\begin{aligned}
 \text{Ley de mezcla} &= \frac{\text{Producto puro}}{\text{Total de mezcla}} \\
 \text{Ley} &= \frac{16\%(300) + 24\%(500)}{300 + 500} = \frac{48 + 120}{800} = \frac{168}{800} \\
 &= \frac{21}{100} = 21\%
 \end{aligned}$$

Alcohol puro →
 Enjuague bucal.

Con respecto al porcentaje de alcohol en el nuevo enjuague bucal, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- El porcentaje de alcohol en el nuevo enjuague bucal equivale a la semisuma de los porcentajes de alcohol de los enjuagues bucales A y B.
 - El porcentaje de alcohol en el nuevo enjuague bucal equivale a la suma de los porcentajes de alcohol de los enjuagues bucales que fueron mezclados.
 - ☒ El porcentaje de alcohol en el nuevo enjuague bucal equivale al cociente de la suma de la cantidad de alcohol de ambos enjuagues entre la cantidad de mililitros en el nuevo enjuague bucal.
11. Durante la temporada de liquidación, una tienda deportiva ofrece descuentos en sus diversos artículos. Elmer desea comprar un par de zapatillas y una camiseta. El precio de venta del par de zapatillas es 156 soles y el de la camiseta es 84 soles. Ambos artículos se ofrecen con el 15% de descuento.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa un procedimiento correcto para saber el monto que se descontará por la compra de ambos artículos?

- Calcular la suma de los precios de venta de ambos artículos. Luego, calcular el 30% de dicha suma.
- Calcular el 15% de la suma de los precios de venta de ambos artículos. Luego, calcular la diferencia considerando este resultado y la suma de dichos precios de venta.
- ☒ Calcular el 85% del precio de venta de cada artículo y hallar la suma de estos valores. Luego, calcular la diferencia considerando este resultado y la suma de los precios de venta.

$$\begin{aligned}
 P_v &= 156 + 84 = 240 \\
 \text{Descuentan } 15\% & \\
 \Rightarrow \text{se paga } 85\% & \\
 \left. \begin{array}{l} 85\%(156) + 85\%(84) = \text{pago} \\ (156 + 84) 85\% = \text{pago} \end{array} \right\} & \\
 Dcto &= 240 - \text{pago} \\
 &= 240 - 85\%(240) \\
 &= (1 - 85\%) 240 \\
 &= (100\% - 85\%)(240) \\
 &= 15\%(240)
 \end{aligned}$$

12. Un docente les propone a sus estudiantes la siguiente tarea:

Los términos de una secuencia, a partir del segundo término, se obtienen al multiplicar el término anterior por 2. Si el primer término de esta secuencia es 3, ¿cuál es el quinto término de la secuencia?

¿Por qué la tarea propuesta por el docente es de baja demanda cognitiva?

- a) Porque es una tarea de contexto intramatemático y tareas con este tipo de contexto son más sencillas de resolver que una de contexto extramatemático.
- ☒ b) Porque es una tarea que implica usar un procedimiento ya establecido para encontrar el término solicitado en la secuencia.
- c) Porque es una tarea que involucra el uso de números naturales que tienen menos de tres cifras.

13. Una docente presentó a sus estudiantes una secuencia de figuras:

- La primera figura es una flecha vertical hacia arriba;
- la segunda, una flecha horizontal hacia la derecha;
- la tercera, una flecha vertical hacia abajo;
- la cuarta, una flecha horizontal hacia la izquierda;
- y la quinta es una flecha vertical hacia arriba.



Sentido horario (90°)

Luego, les preguntó: “¿De qué forma varía la posición de la flecha en la secuencia? ¿Cuál es la décima figura de la secuencia?”.

¿Cuál es el propósito de aprendizaje involucrado en esta actividad?

- ☒ a) Reconocer el patrón geométrico en una secuencia.
- b) Describir la posición en la que queda cada figura en una secuencia.
- c) Proponer una secuencia gráfica que involucra patrones geométricos.

14. Un docente tiene como propósito que sus estudiantes determinen el término n -ésimo de una secuencia numérica. Para ello, les propuso la siguiente tarea:

Determina el término n -ésimo de la secuencia:

3; 7; 11; 15; ...

$$t_n = 4n - 1$$

Una estudiante presentó la siguiente resolución:

$$t_1 = (0 + 1) \times 3 + 0$$

$$t_2 = (1 + 1) \times 3 + 1$$

$$t_3 = (2 + 1) \times 3 + 2$$

$$t_4 = (3 + 1) \times 3 + 3$$

$$t_5 = (4 + 1) \times 3 + 4$$

$$23 = (5 + 1) \times 3 + 5$$

Entonces, el término n -ésimo de la secuencia es el siguiente:

$$t_n = (n + 1) \times 3 + n = 4n + 3$$

$$t_4 = (4 + 1) \times 3 + 4 = 4(4) + 3 = 19$$

El docente busca retroalimentar a la estudiante para que reflexione sobre el error en el que incurrió al expresar el término n -ésimo.

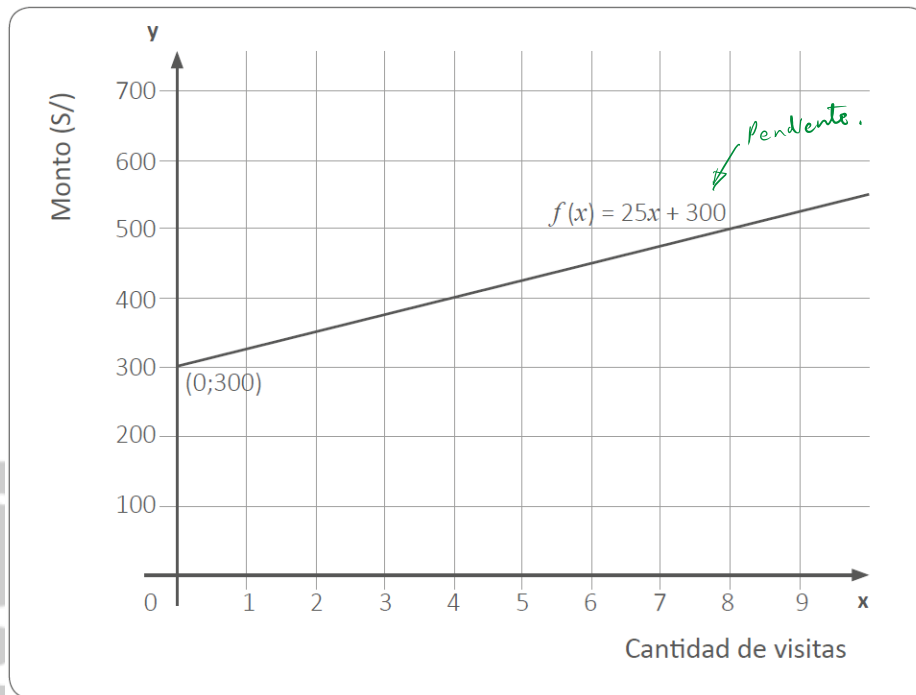
¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para conseguir este propósito?

- Preguntar: "¿Cuál es el patrón de la secuencia? ¿Cuál será el valor del séptimo, octavo y noveno término?". Luego, decirle que, en la expresión que representa el término n -ésimo, ' n ' corresponde a la posición del término.
- Preguntar: "Si la expresión correcta para representar el término n -ésimo fuera $4n - 1$, ¿qué valores les corresponderían a los primeros términos?". Luego, pedirle que revise las operaciones que realizó para obtener el valor de cada término.
- Preguntar: "¿Qué representa ' n ' en el término n -ésimo encontrado? Si reemplazamos ' n ' por la posición de un término, ¿el valor que se obtiene coincide con dicho término? ¿Qué relación habrá entre ' n ' y la posición de cada término?". Luego, preguntarle si se debe realizar alguna modificación en el término n -ésimo.

15. Un docente les presentó a sus estudiantes la siguiente situación:

Un club campestre cobra 40 soles por la entrada de un adulto y 20 soles por la de un niño menor de 12 años. Sin embargo, si una persona realiza un pago anual de 300 soles, podrá ingresar con su cónyuge e hijos menores de 18 años, pagando solo el 25% del importe de cada entrada, además de tener otros beneficios.

La siguiente gráfica representa la función que modela el monto a pagar en relación con la cantidad de visitas de una familia compuesta por una pareja de esposos y su hijo de 8 años, sabiendo que hicieron el pago anual.



El docente tiene como propósito que sus estudiantes interpreten la pendiente de la gráfica de una función afín.

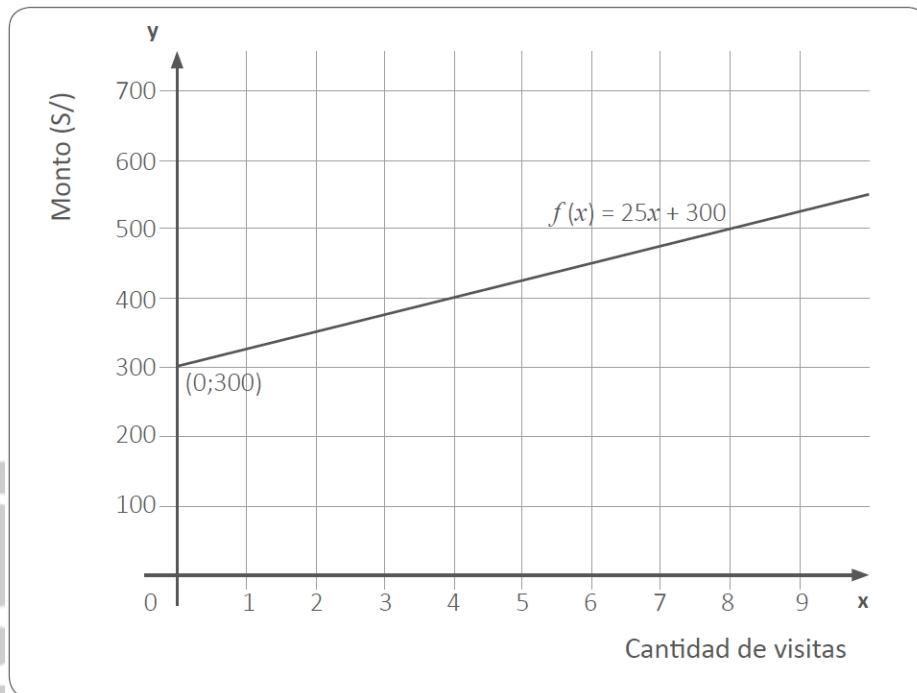
¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas promueve el logro de este propósito?

- Solicitar que identifiquen las magnitudes que se están relacionando y preguntar por el monto total, en soles, que resulta de realizar 1, 2 y 3 visitas. Luego, pedir que digan en cuánto aumentará el monto por cada visita que realizará esta familia.
- Solicitar que identifiquen dos puntos de la recta. Luego, pedir que resten las ordenadas de ambos puntos y también sus abscisas para luego dividir ambos resultados. Finalmente, pedir que reconozcan ese cociente en la expresión algebraica $f(x) = 25x + 300$.
- Solicitar que resalten la expresión algebraica y que identifiquen el valor que representa la pendiente de la recta y su intercepto con el eje "y". Luego, pedir que reemplacen valores en esta expresión para calcular el monto que corresponde para 10, 30 y 70 visitas.

16. Un docente les presentó a sus estudiantes la siguiente situación:

Un club campestre cobra 40 soles por la entrada de un adulto y 20 soles por la de un niño menor de 12 años. Sin embargo, si una persona realiza un pago anual de 300 soles, podrá ingresar con su cónyuge e hijos menores de 18 años, pagando solo el 25% del importe de cada entrada, además de tener otros beneficios.

La siguiente gráfica representa la función que modela el monto a pagar en relación con la cantidad de visitas de una familia compuesta por una pareja de esposos y su hijo de 8 años, sabiendo que hicieron el pago anual.



El docente tiene como propósito que sus estudiantes interpreten la pendiente de la gráfica de una función afín.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas promueve el logro de este propósito?

- Solicitar que identifiquen las magnitudes que se están relacionando y preguntar por el monto total, en soles, que resulta de realizar 1, 2 y 3 visitas. Luego, pedir que digan en cuánto aumentará el monto por cada visita que realizará esta familia.
- Solicitar que identifiquen dos puntos de la recta. Luego, pedir que resten las ordenadas de ambos puntos y también sus abscisas para luego dividir ambos resultados. Finalmente, pedir que reconozcan ese cociente en la expresión algebraica $f(x) = 25x + 300$.
- Solicitar que resalten la expresión algebraica y que identifiquen el valor que representa la pendiente de la recta y su intercepto con el eje "y". Luego, pedir que reemplacen valores en esta expresión para calcular el monto que corresponde para 10, 30 y 70 visitas.

17. Un docente presentó a sus estudiantes el siguiente problema:

¿Cuál es el conjunto solución de la ecuación $(x + 3)^2 = 144$, sabiendo que $x \in \mathbb{Q}$?

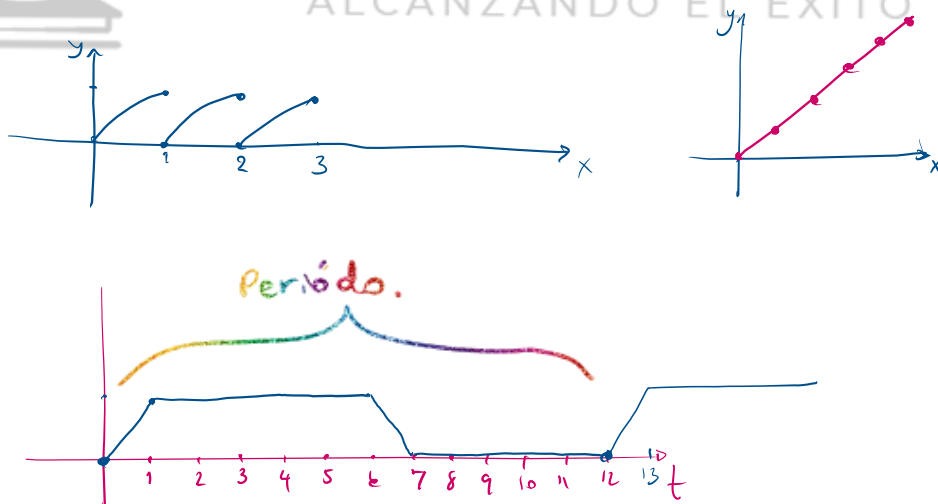
Un estudiante respondió que si extrae la raíz cuadrada a ambos miembros obtiene la ecuación $x + 3 = 12$ y, por tanto, el C.S. = $\{9\}$.

¿Cuál de las siguientes preguntas es pertinente para generar conflicto cognitivo en el estudiante?

- a) Si reemplazas en la ecuación la variable "x" por -15, ¿se verifica la igualdad? ¿-15 también será parte del conjunto solución? ¿9 será el único valor que cumple la igualdad?
- b) Si revisas tu procedimiento, ¿cómo obtuviste la ecuación $x + 3 = 12$? ¿Podrías explicar cómo obtuviste 9 en el conjunto solución? ¿Será correcto el resultado que has encontrado?
- c) Si comparas una ecuación lineal y una ecuación cuadrática, ¿qué características tienen en común? ¿Cuál es el grado en cada ecuación? ¿Qué se entiende por ecuación lineal y por ecuación cuadrática?

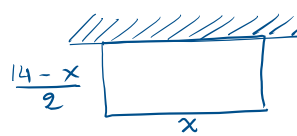
18. ¿Cuál de las siguientes tareas involucra el uso de una función periódica?

- a) Representar gráficamente la secuencia de pasos de la coreografía en la que una persona repite tres veces los siguientes movimientos: con las manos arriba girar a la derecha, ponerse en cuclillas y saltar impulsándose hacia arriba.
- b) Representar gráficamente la relación entre la distancia recorrida y el tiempo transcurrido durante los primeros 10 minutos en una carrera en la que un maratonista corre a razón de 200 m/min sobre una pista atlética de 400 m de longitud, que está ubicada alrededor de un campo de fútbol.
- c) Representar gráficamente la relación entre la distancia que separa a un empresario de la ciudad A cuando viaja continuamente a la ciudad B o viceversa, y el tiempo transcurrido, sabiendo que demora 1 día en trasladarse de una ciudad a otra y permanece 5 días en cada ciudad.



19. Emilio ha cercado un terreno rectangular de 24 m² para la crianza de cuyes. Uno de sus lados más largos está limitado por una pared, y los otros tres lados se han cercado exactamente con una malla metálica de 14 m de longitud. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa la cantidad de metros de malla utilizada para cubrir el lado mayor del terreno?

- a) 4 m
b) 8 m
c) 12 m



$Malla = 14 \text{ m}$
 $Ancho = \frac{14-x}{2}$

$$x \left(\frac{14-x}{2} \right) = 24$$

$$14x - x^2 = 48$$

$$0 = x^2 - 14x + 48$$

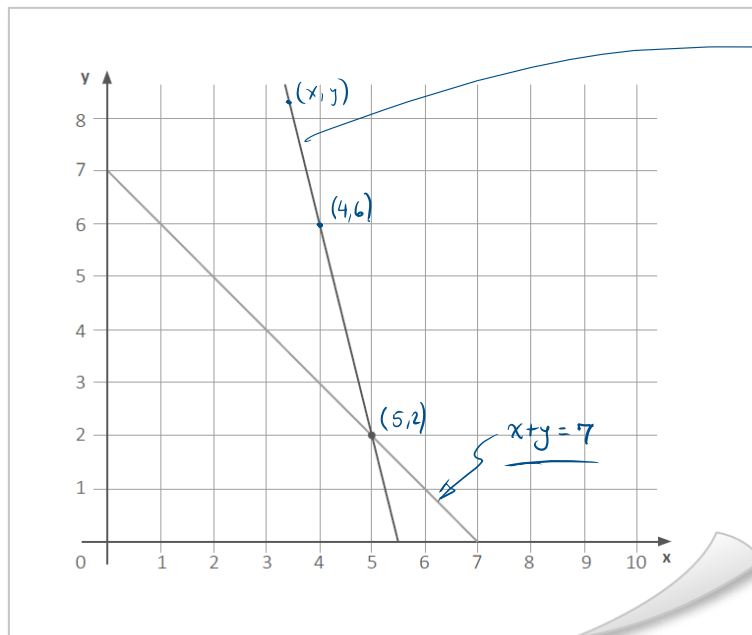
x	-8
x	-6

$x = 8 \quad \checkmark \quad x = 6$
 ~~$x = 8$~~



20. Vilma está resolviendo un problema. Ella ha decidido modelar el problema mediante un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas y ha graficado dicho sistema de ecuaciones.

A continuación, se muestra el gráfico realizado por Vilma.



↖ Ecuación

$$m = \frac{6-2}{4-5} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$-4 = \frac{y-6}{x-4}$$

$$-4x + 16 = y - 6$$

$$-4x + 22 = y$$

$$4x + y = 22$$

Se sabe que el procedimiento realizado por Vilma es correcto, ¿cuál de los siguientes problemas podría ser el que está resolviendo Vilma?

- a) Una familia compuesta por 7 integrantes, entre niños y adultos, ingresa a una feria. Ellos pagan 2 soles por la entrada de un niño y 8 soles por la de un adulto. Si en entradas gastaron 26 soles, ¿cuántos niños y cuántos adultos conforman esta familia?

$$\begin{array}{l} \text{niños: } x \\ \text{adultos: } y \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x+y=7 \quad \checkmark \\ 2x+8y=26 \quad \checkmark \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} x+y=7 \\ x+4y=13 \end{array}$$

- b) En una prueba de 10 preguntas, se otorga 8 puntos por respuesta correcta, 0 puntos por respuesta omitida y se resta 2 puntos por respuesta incorrecta. Si José respondió 7 preguntas y obtuvo 36 puntos, ¿cuántas repuestas correctas e incorrectas tuvo?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Correctas } x \\ \text{Incorrectas } y \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} x+y=7 \\ 8x-2y=36 \\ 4x-y=18 \end{array}$$

- c) En un almacén, se guardan carritos de jardinería (4 ruedas) y carretillas (1 rueda). Si se cuentan en total 7 vehículos de trabajo entre carritos de jardinería y carretillas, y un total de 22 ruedas, ¿cuántos carritos de jardinería y cuántas carretillas están guardados en este almacén?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Carritos: } x \\ \text{Carretillas: } y \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} x+y=7 \\ 4x+y=22 \end{array}$$