

PRÁCTICA 50

MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

Competencia: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

Temas: Geometría.

- Un docente tiene como propósito que sus estudiantes comprendan la noción de área de una región poligonal. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es la más pertinente para lograr la comprensión de dicho concepto?
 - Proponer la siguiente situación: Se tiene un terreno rectangular de 8 m de ancho por 20 m de largo y pedirle que calcule el área de dicho terreno multiplicando el ancho por el largo expresando su respuesta en metros cuadrados.
 - Proponer a los estudiantes una lista de fórmulas para hallar el área de diversos tipos de polígonos y proponerle problemas de diversos niveles, empezando por los más básicos hasta los de mayor complejidad, en un inicio orientando a los estudiantes hasta que logren su autonomía en la resolución de dichos problemas.
 - Pedirle al estudiante que haciendo uso de los instrumentos respectivos trace y recorte en una cartulina un rectángulo de 4 cm de ancho por 5 cm de largo y pedirle que mida la superficie de dicho rectángulo usando una unidad de medida representada por un cuadrado de un cm de lado que es el centímetro cuadrado (cm^2) para saber cuántos cuadraditos de 1 cm^2 caben en dicho rectángulo, lo cual es el valor del área. Luego pedirle que elabore una estrategia práctica para calcular el área del rectángulo sin necesidad de realizar la medición con una unidad cuadrada.

- Una docente propone la siguiente situación: La lata de leche gloria, es un cilindro circular recto que tiene 10,5 cm de altura y una base con un diámetro de 7,5 cm.

Se desea saber las dimensiones y el área que ocupa la etiqueta que va en la parte lateral de la lata.

La docente forma en el aula 10 grupos de trabajo con tres estudiantes cada uno, luego, en forma aleatoria elige a tres grupos para que presenten y expongan la resolución del problema. Los grupos elegidos presentan las siguientes soluciones:

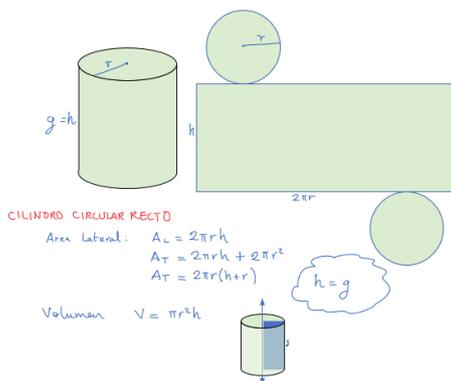
Grupo 1. La etiqueta que debe tener la lata es de forma rectangular y sus dimensiones son 10,5 cm y 7,5 cm. El área de la etiqueta es: $10,5 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm} = 78,75 \text{ cm}^2$.

Grupo 2. La etiqueta que debe tener la lata es de forma rectangular y sus dimensiones son 10,5 cm de ancho y $2\pi(7,5)$ cm de largo. Por lo tanto el área de la etiqueta aproximadamente es: $10,5 \text{ cm} \times 2(3,14)(7,5) \text{ cm} = 494,55 \text{ cm}^2$.

Grupo 3. La etiqueta tiene forma rectangular, donde el largo mide igual a la longitud del contorno de la base: $\pi(7,5)$ cm y el ancho mide 10,5 cm. Por tanto, el área mide $(10,5\text{cm})(3,14)(7,5\text{cm}) = 247,28 \text{ cm}^2$ aproximadamente.

¿Cuál de los grupos presenta el problema resuelto correctamente?

- Grupo 1
- Grupo 2
- Grupo 3



3. ¿Cuál de las siguientes tareas es de mayor demanda cognitiva?
- Elaborar un desarrollo plano de un prisma pentagonal a partir de un prisma pentagonal ya construido sin desarmarlo.
 - Reconocer la cantidad de aristas, vértices y caras de un prisma pentagonal construido en cartulina.
 - Identificar prismas pentagonales dentro de un conjunto de cuerpos geométricos.

4. Una docente tiene como propósito que sus estudiantes logren **inferir una fórmula general** para encontrar la suma de los ángulos internos de un polígono.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para dicho propósito?

- Entregar polígonos elaborados con cartulina y de diferente número de lados, y pedirles que, con el transportador, midan los ángulos internos y anoten estas medidas en cada ángulo de los polígonos elaborados. Luego, pedir que, en cada caso, sumen dichas medidas. Finalmente, preguntar por la suma de ángulos internos en cada polígono.
- Proporcionar una cartilla en la que se indica que la suma de ángulos internos de cualquier polígono se determina con la expresión $180^\circ(n - 2)$. Luego, explicar que "n" corresponde al número de lados de los polígonos. Finalmente, preguntar: "¿Cuánto es la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero, de un pentágono y de un hexágono?"
- Pedir que dibujen un cuadrilátero, un pentágono y un hexágono para que tracen las diagonales desde un solo vértice. Luego, preguntar por la cantidad de lados del polígono, por la cantidad de triángulos que se formaron en cada polígono y por la suma de ángulos internos que resultaría en cada caso. Finalmente, preguntar por la relación que se puede establecer entre estos datos.

Figura	n° lados	n° triángulos	Suma \angle int.
	4	2	$180^\circ(2)$
	5	3	$180^\circ(3)$
	6	4	$180^\circ(4)$
	\vdots	\vdots	\vdots
	n	(n-2)	$180^\circ(n-2)$ ✓

Para toda polígono

Ojo
 En los polígonos regulares:
 $S_{\angle \text{int.}} = 180^\circ(n-2)$
 $n_{\angle \text{int.}} = \frac{180^\circ(n-2)}{n}$

OTRA FORMA

	n° lados	Suma \angle int.
	4	$4(180^\circ) - 360^\circ = 180^\circ(4-2)$
	5	$5(180^\circ) - 360^\circ = 180^\circ(5-2)$
	\vdots	\vdots
	n	$n(180^\circ) - 360^\circ = 180^\circ(n-2)$

5. Un docente plantea el siguiente problema a sus estudiantes:

Los lados de un hexágono regular miden 3 cm. Si se duplica la medida de cada uno de sus lados, ¿cuántas veces aumentará su área?

Uno de los estudiantes alza la mano y comenta: “Si se duplica la medida de sus lados, entonces, el área también se duplica”.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más pertinente** para brindar retroalimentación al estudiante de modo que **reflexione** sobre su **error**?

- a) Pedir que construya en cartulina el hexágono original y el ampliado. Luego, preguntar: “¿Cuánto mide el lado del hexágono después de duplicar su medida?”. Después, solicitarle que calcule su área y que divida el área encontrada entre 4.
- b)** Solicitar que grafique el hexágono original y el ampliado. Luego, indicar que divida cada hexágono formando triángulos equiláteros de 3 cm de lado. Después, preguntar por la cantidad de triángulos formados en cada hexágono y por la comparación que se puede establecer entre estos.

6 Δ

x4

24 Δ

✓ El hexágono aumenta su área 3 veces más.
 ✓ El área del hexágono original se cuadruplicó.

En forma analítica.

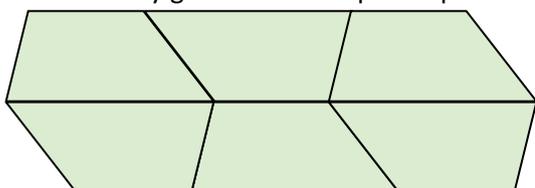
hexágono original:	hexágono con lado duplicado.
$l = 3 \text{ cm.}$	$L = 6 \text{ cm.} \quad L = 2l$
Área = $\frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$	Área = $\frac{3(2l)^2\sqrt{3}}{2}$
	= $\frac{3 \cdot 4l^2\sqrt{3}}{2}$
	= $4 \cdot \frac{3l^2\sqrt{3}}{2}$

- c) Entregar una cartilla con la fórmula del área del hexágono regular. Luego, pedir que encuentre las áreas del hexágono original y del ampliado. Después, comentar que la relación que se establece entre las áreas de ambos hexágonos, después de duplicar la medida de los lados, es de 1 a 4.

6. Un docente ha identificado que sus estudiantes son capaces de realizar teselaciones en un plano con figuras como rectángulos, cuadrados, rombos y romboides. Sin embargo, cuando se les pide que realicen teselaciones con otros cuadriláteros diferentes a los paralelogramos, los estudiantes no logran llevar a cabo lo solicitado.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para que los estudiantes superen esta dificultad?

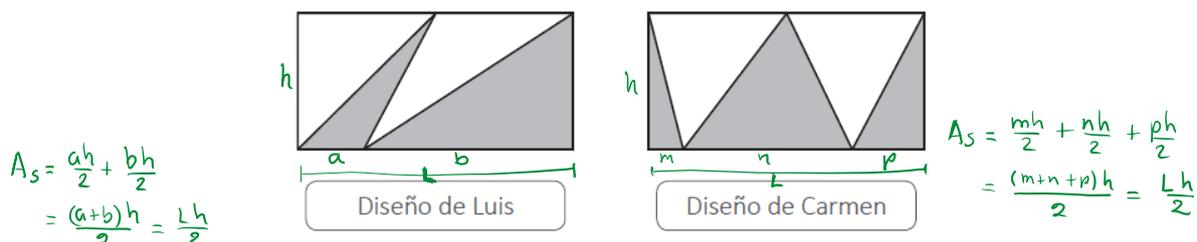
- a) Entregar la imagen de una teselación realizada con trapezoides simétricos (cometas) y pedir que reconozcan el tipo de cuadrilátero utilizado.
- b)** Entregar piezas de cartulina en forma de trapecios, todas congruentes, y pedir que realicen traslaciones y giros de modo que les permitan realizar la teselación del plano.



Aplica **traslación** y **rotación** de los trapecios.

- c) Entregar bloques lógicos geométricos (triángulos, cuadrados, rectángulos y hexágonos) del mismo tamaño, y pedir que ellos mismos exploren con cuáles de estos bloques pueden realizar teselaciones en el plano y con cuáles no.

7. Luis y Carmen realizan diseños para tejidos. A continuación, se presentan dos de estos diseños realizados en rectángulos cuyas bases y alturas tienen, respectivamente, iguales medidas.



Respecto de la superficie de color gris en cada diseño, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Se necesita conocer las medidas de las bases de los triángulos de color gris en ambos diseños para realizar comparaciones entre sus áreas.
- b) El diseño de Carmen tiene mayor medida de la superficie de color gris que el diseño de Luis, ya que su diseño presenta una región triangular gris más.
- c) Ambos diseños tienen la misma medida de la superficie de color gris, ya que es suficiente saber que ambos rectángulos son de las mismas dimensiones.

8. Jorge proyecta construir un corral de forma rectangular para la crianza de aves. Así, en cierto momento, Jorge considera que los lados del corral midan 10 m y 6 m, respectivamente, el perímetro sea 32 m y que el área del corral sea 60 m².

Al explorar otras opciones basadas en variar las dimensiones del corral, ¿cuál de las siguientes alternativas es **necesariamente** correcta?

- a) El área del corral aumentará si se aumenta su perímetro.
- b) El perímetro del corral puede cambiar así se mantenga invariable el área.
- c) El área del corral se mantendrá constante siempre y cuando su perímetro no cambie.

9. Un docente propuso a los estudiantes desarrollar las siguientes acciones:

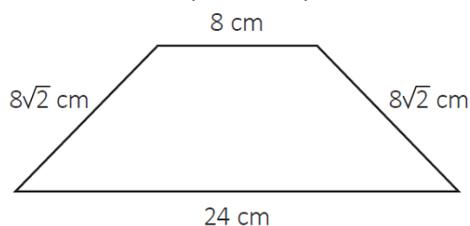
- 1° Graficar 3 polígonos convexos cuya cantidad de lados sean, respectivamente, números consecutivos.
- 2° Colocar un punto A en el interior de cada polígono
- 3° Trazar segmentos desde el punto A hacia cada vértice del respectivo polígono
- 4° Relacionar la cantidad de lados del polígono y la cantidad de triángulos que se forman al interior de dicho polígono, luego de trazar los segmentos
- 5° En cada uno de los tres polígonos, calcular la suma de las medidas de los ángulos internos de todos los triángulos ubicados en su región interior
- 6° A partir de la suma obtenida en cada uno de los tres polígonos, generalizar al caso de la suma de las medidas de todos los ángulos internos de los triángulos que se forman al interior de un polígono convexo que tiene n lados

Un grupo de estudiantes desarrolló todas las acciones propuestas. Para que ellos logren obtener la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono convexo de n lados, ¿cuál de las siguientes acciones les faltaría realizar?

- a) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y el producto de la medida de un ángulo con vértice en A multiplicado por la cantidad de lados del polígono convexo inicial.
- b) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos externos de los n triángulos que se formaron.

- c) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos que tienen como vértice el punto A.

10. Durante una sesión de aprendizaje, un docente solicitó a los estudiantes de tercer grado determinar el perímetro de un trapecio. A continuación, se presenta parte de la resolución de una estudiante.



$$P = 24 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 8\sqrt{2} \text{ cm} + 8\sqrt{2} \text{ cm} = 48\sqrt{2} \text{ cm}$$

Respuesta: El perímetro de la figura es $48\sqrt{2}$ cm.

Con relación a las operaciones realizadas, ¿cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurrió la estudiante?

- Considerar a todos los sumandos como números irracionales con la misma parte radical.
 - Considerar que para hallar el resultado se suman, por un lado, los coeficientes enteros y, por otro, los radicales.
 - Considerar que algunas longitudes, que participan como sumandos, pueden ser expresadas como números irracionales.
11. Un docente busca que los estudiantes de segundo grado afiancen su comprensión de los sólidos geométricos. Para ello, les plantea la siguiente tarea:

Propongan un problema en el que intervenga el área total de un prisma rectangular recto.

Tres estudiantes presentaron sus propuestas. ¿Cuál de las siguientes propuestas se ajusta a la tarea planteada?

- Un ladrillo compacto tiene dimensiones de 8 cm, 12 cm y 24 cm. Determina la cantidad de espacio que ocupa dicho ladrillo.
 - Dada una caja de zapatos de dimensiones 11 cm, 17 cm y 30 cm, determina cuántos centímetros cuadrados de papel se utilizará como mínimo para forrarla por completo.
 - El largo, ancho y alto de una habitación es 5 m, 4 m y 2 m, respectivamente. Si se deben pintar las paredes de esta habitación, determina la cantidad de metros cuadrados que se tendrá que pintar.
12. Con el propósito de promover la comprensión de las líneas notables de un triángulo, un docente propone a los estudiantes de tercer grado la siguiente tarea:

Un agricultor quiere repartir su terreno de forma triangular en seis sectores de igual área para cultivar distintas hortalizas.

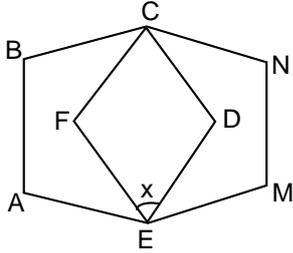
Explica, haciendo uso de líneas notables, el procedimiento que debe seguir el agricultor para delimitar los seis sectores de su terreno.

¿Por qué la tarea propuesta por el docente es de alta demanda cognitiva?

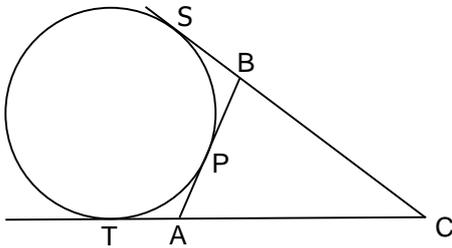
- Porque requiere utilizar varios objetos matemáticos, como el de líneas notables de un triángulo o como la superficie de un terreno triangular.
- Porque requiere analizar las propiedades de las líneas notables de un triángulo y vincular dichas propiedades con las condiciones dadas en la situación.

- c) Porque requiere relacionar la cantidad de los sectores de igual área que se obtendrán al trazar líneas notables de un triángulo, con la forma de dichos sectores.

13. En la figura, ABCDE y EFCMN son pentágonos regulares. Calcular la medida del ángulo FED



- a) 36°
 b) 60°
 c) 72°
14. En un rectángulo ABCD: $AB = 16$ cm y $BC = 10$ cm. Se inscriben dos circunferencias secantes en M y N. Hallar MN.
 a) 5 cm
 b) 6 cm
 c) 8 cm
15. Hallar \overline{CS} Si el perímetro del triángulo ABC es 44 u.



- a) 22 u
 b) 32 u
 c) 15 u