MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

Competencia: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.
Temas: Geometría.

1. Una familia se dedica a la producción de chocolates artesanales. Estos presentan forma cónica y tienen el mismo tamaño. Por su buena acogida, han decidido iniciar la producción de una nueva presentación de los chocolates, la cual mantendrá la forma cónica, pero tendrá la mitad del volumen de la primera.
   Entre las siguientes alternativas, ¿cuál podría ser la relación entre las medidas de ambas presentaciones?

   a) La altura de la nueva presentación será la mitad de la altura de la presentación inicial, pero el diámetro de la base de cada una de ellas tendrá la misma medida.
   b) El diámetro de la base de la nueva presentación será la mitad de la medida respectiva de la presentación inicial, pero sus alturas tendrán la misma medida.
   c) Tanto el diámetro de la base como la altura de la nueva presentación tendrá la mitad de las correspondientes medidas de la presentación inicial.

2. Uno de los estudiantes pensó que, si le sumara una cantidad de centímetros a una de las dimensiones de la caja y le restara esa misma cantidad a otra dimensión, el volumen de la caja se mantendría constante.
   Luego, llamó al docente y le compartió su forma de pensar: “Profesor, si yo aumento 2 cm a la altura de la caja para que mida 14 cm en lugar de 12 cm y disminuyo 2 cm al ancho de la caja para que mida 6 cm en lugar de 8 cm, el valor del volumen no cambia porque lo que se aumentó en una dimensión se quitó en otra”.
   Al escuchar la intervención del estudiante, el docente desea brindarle una retroalimentación que le permita reflexionar sobre su error.
   ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para este propósito?
   a) Pedirle que diga qué es el volumen y que calcule el volumen de la caja multiplicando las tres dimensiones. Solicitarle que suponga que la diferencia entre el ancho y la altura de una caja paralelepípeda es de 2 cm. Luego, preguntarle: "¿qué sucede con el volumen de la caja si, por ejemplo, el ancho fuera 10 cm y se le agrega 2 cm, y si la altura fuera 12 cm y se le quita 2 cm?".
   b) Pedirle que mencione las medidas de las tres dimensiones de la caja: altura, ancho y profundidad; y las medidas luego de agregar y quitar esa cantidad de centímetros a dos de las dimensiones. Luego, decirle amablemente que está en un error porque el volumen sí cambia. Finalmente preguntarle: "¿qué pasaría con el volumen de la caja si la cantidad que se agrega y quita fuera 5 cm?".
   c) Pedirle que explique qué entiende por volumen y cómo se calcula en el caso de una caja con forma de paralelepípedo. Luego, preguntarle si, dado dos factores, siempre que se agrega una cantidad a uno de ellos y se quita esa misma cantidad al otro, ¿el producto se mantiene constante? Finalmente, solicitarle que compruebe si con las medidas dadas el volumen de la caja varía o no al modificar dos de sus dimensiones.

3. En una IE, algunos estudiantes deciden emprender un negocio de dulces de chocolate con relleno de diferentes sabores, los cuales serán vendidos en cajas. Los estudiantes se distribuyen para realizar una de las siguientes labores: elaboración, empaquetado y venta de dulces.
Los dulces de chocolate son de forma esférica, cada uno mide 4 cm de diámetro y serán colocados en cajas cuyas medidas son 12 cm, 8 cm y 4 cm. Se desea saber qué cantidad de dulces como máximo caben en cada caja. Para ello, uno de los estudiantes realiza los siguientes cálculos:

Volumen de la caja: $12 \times 8 \times 4 = 384 cm^3$

Volumen de cada dulce: $\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (2)^3 = 33{,}5\ cm^3$

$384 \div 33{,}5 = 11{,}46$

Luego afirma: “Cada caja podrá contener como máximo 12 dulces de chocolate”.
A partir del registro del estudiante, ¿cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurre el estudiante?
a) Considerar que la cantidad de dulces en cada caja se determina al dividir el volumen de la caja entre el volumen de cada dulce.
b) Considerar que la cantidad de dulces de chocolate se obtiene al aproximar el cociente al siguiente número entero.
c) Considerar solo una cifra decimal en el divisor al realizar la división.

4. Un docente propone algunas tareas para recoger información sobre la comprensión de los estudiantes en relación con el perímetro de figuras bidimensionales. Una de las tareas se muestra a continuación:

> Las dimensiones de un rectángulo C son 3 cm y 7 cm. Si una de sus dimensiones se cuadruplica y la otra se mantiene constante, se forma un rectángulo D.
> ¿Qué se puede concluir del perímetro del rectángulo D con respecto al perímetro del rectángulo C?

Un estudiante respondió lo siguiente:

Perímetro del rectángulo C = 21 cm

Perímetro del rectángulo D = 84 cm

El perímetro del rectángulo D se ha cuadruplicado con respecto al perímetro del rectángulo C.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurre el estudiante?
a) Considerar que existe una relación proporcional entre área y perímetro.
b) Creer que si el perímetro de una figura aumenta, su área siempre aumenta.
c) Confundir el procedimiento para calcular el perímetro con el procedimiento para calcular el área.

5. Un docente plantea la siguiente situación a los estudiantes:

   Las medidas de las dimensiones de un rectángulo A son 3 cm y 4 cm. Estas medidas se han duplicado y han formado un rectángulo B. ¿Qué pasará con el área del rectángulo A luego de duplicar las medidas?

   Uno de los estudiantes alza la mano y responde: “El área del rectángulo A es 12 cm^2; entonces, el área del rectángulo B será 24 cm^2. Es decir, el área también se duplicará”. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para orientar la reflexión del estudiante acerca de su error?

   a) Entregar cartulinas para que construya los rectángulos A y B haciendo uso de instrumentos de medida como la regla. Luego, preguntar: “Si las medidas de las dimensiones del rectángulo A se triplican, ¿qué pasará con el área? Si las medidas de las dimensiones del rectángulo A se cuadruplican, ¿qué pasará con el área?”. Finalmente, pedir que explique sus respuestas usando vocabulario geométrico.
   b) Preguntar: “¿Cuáles son las medidas de las dimensiones del rectángulo A? ¿Cuáles son las medidas de las dimensiones del rectángulo B? ¿Cuál es el área de ambos rectángulos? ¿Cuál de los dos rectángulos tiene mayor área?”. Luego, comentar que el área del rectángulo B se ha cuadruplicado respecto del área del rectángulo A, por lo que el resultado es 48 cm^2. Finalmente, pedir que corrija su respuesta.
   c) Pedir que halle las posibles medidas de las dimensiones del rectángulo B para que su área sea 24 cm^2 y que verifique si en todas las posibilidades ambas dimensiones se han duplicado con respecto al rectángulo A. Luego, solicitar que duplique cada una de las dimensiones del rectángulo A y que encuentre el área de ambos rectángulos. Finalmente, pedir que establezca la relación que existe entre estas áreas y compruebe si realmente el área del rectángulo A se duplica.

6. Aprovechando que la IE cuenta con amplias zonas destinadas a jardines, el docente ha diseñado la siguiente actividad de aprendizaje:

   1. Asignar a cada equipo de estudiantes una parcela de tierra de forma rectangular cuyas dimensiones sean 4 m y 5 m.
   2. Indicar que, a 1 m del punto de intersección de las diagonales de la parcela, y siempre a esa misma distancia, se sembrarán la mayor cantidad de geranios posible.
   3. Pedir a los estudiantes que marquen el lugar en el que sembrarán los geranios.
   4. Solicitar que expliquen cómo determinaron la forma del lugar donde sembrarán los geranios.

   ¿Cuál es el **principal** propósito de aprendizaje de la actividad planteada?

   a) Que los estudiantes expresen la ecuación de la circunferencia a partir de un contexto cotidiano.
   b) Que los estudiantes representen una circunferencia al interior de un rectángulo a partir de un contexto cotidiano.
   c) Que los estudiantes demuestren la relación que existe entre los elementos de la circunferencia a partir de un contexto cotidiano.

7. ¿Cuál de las siguientes actividades es pertinente para afianzar las habilidades de visualización geométrica?

   a) Proporcionar moldes de cuerpos geométricos como prismas y pirámides para que los estudiantes los construyan. Luego, solicitar que identifiquen sus principales elementos como vértices, aristas, caras y bases.
   b) Entregar cuerpos geométricos como prismas y pirámides para que los estudiantes los observen y elaboren el molde de estos cuerpos. Luego, pedir que comprueben si dichas representaciones permiten formar los cuerpos geométricos.
   c) Solicitar a los estudiantes que observen diversos cuerpos geométricos como prismas y pirámides, y que describan sus características como tamaño, formas, etc. Luego, pedir que digan cuáles son los nombres de cada uno de dichos cuerpos.

8. Un docente ha identificado que algunos estudiantes evidencian errores al tratar de hallar el área de triángulos. Así, por ejemplo, cuando se les pide hallar el área de un triángulo isósceles cuyos lados congruentes miden 5 cm y cuyo tercer lado mide 8 cm, los estudiantes reconocen la fórmula para determinar el área del triángulo; sin embargo plantean lo siguiente:

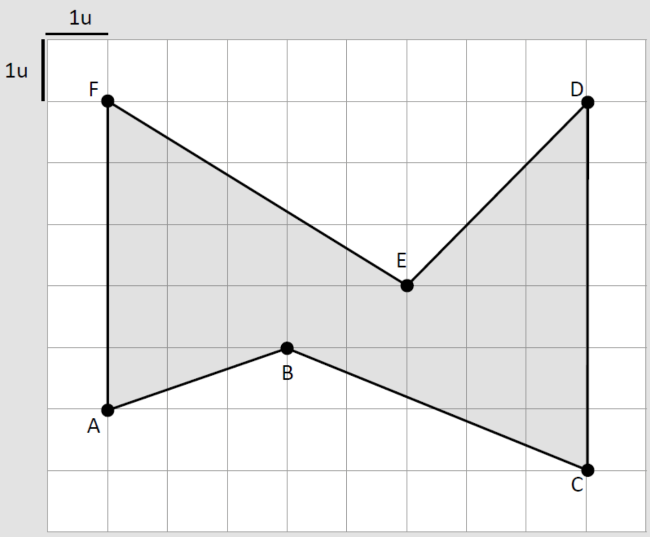
$$\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{8 \times 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

   ¿Cuál de las siguientes acciones es pertinente para brindar retroalimentación a los estudiantes para que reflexionen sobre su error?

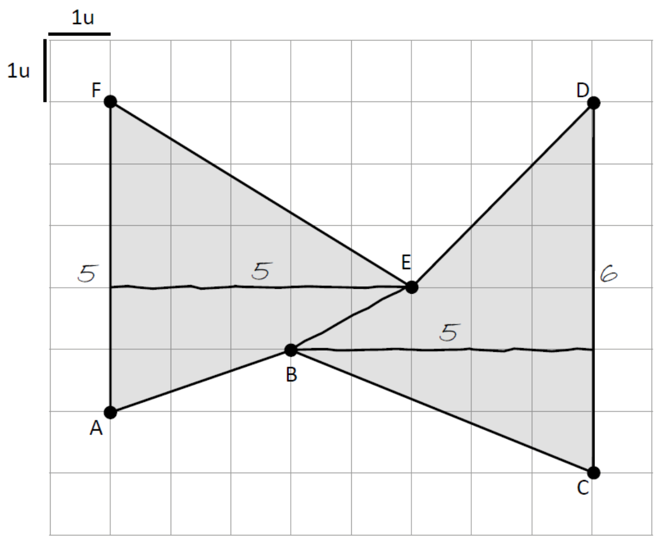
   a) Presentar la fórmula de Herón para que encuentren el área de cualquier triángulo cuando se conocen las medidas de sus tres lados. Luego, pedir que determinen el área del triángulo propuesto utilizando esta fórmula. Después, solicitar que comparen sus resultados en parejas.
   b) Presentar diversos triángulos y orientarlos para que tracen sus respectivas alturas. Luego, pedir que evalúen si el lado de 5 cm puede ser la altura del triángulo presentado. Después, solicitar que tracen la altura de ese triángulo isósceles y que encuentren la medida de la altura y, luego, el área.
   c) Presentar una pieza de cartulina de forma triangular cuyos lados tengan las medidas propuestas y en la que se haya trazado una altura perpendicular al lado de 8 cm, de tal manera que forme dos triángulos notables de 37° y 53°. Luego, a partir de la relación notable, indicar que la altura mide 3 cm. Después, solicitar que hallen el área de un triángulo isósceles en el que uno de los lados mida 6 cm y los otros dos, 5 cm.

9. Con el propósito de que sus estudiantes resuelvan problemas que involucran el cálculo de áreas de figuras irregulares, un docente les propuso la siguiente tarea:

Calcula el área del hexágono ABCDEF.



Un estudiante presentó la siguiente resolución:



$$Área = \frac{(5+6)\times 5}{2}$$

$$Área = \frac{11\times 5}{2}$$

$$Área = \frac{55}{2}$$

$$Área = 27{,}5\ u^2$$

El área de la figura es igual a $27{,}5\ u^2$.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurre el estudiante?

a) Considerar una fórmula que no corresponde al cálculo de áreas de triángulos.
b) Considerar que, al descomponer el hexágono en dos polígonos, cuatro de los vértices del hexágono son colineales.
c) Considerar como base de un polígono segmentos verticales cuando deberían ser horizontales y como altura segmentos horizontales cuando deberían ser verticales.

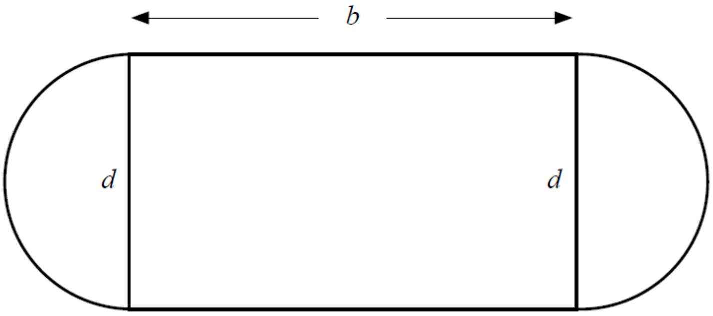
10. Un docente propone la siguiente situación a los estudiantes.

Emilio adquirió 7 ovejas y hace un corral en forma de hexágono regular de 10 m de lado. De las 7 ovejas, 1 de ellas ha sido atada a una estaca ubicada en el centro del corral y cada oveja restante fue ubicada en cada estaca de las esquinas del corral. La longitud de la cuerda usada por cada oveja es de 5 m de largo.
¿Qué relación se puede establecer entre el área de la región que dispone la oveja atada en el centro y la de cualquiera de las ovejas atadas en las esquinas?

¿Cuál de los siguientes grupos de preguntas es pertinente para ayudar a los estudiantes a **comprender** el problema?

a) ¿Cuántos lados tiene el corral que hizo Emilio? ¿Cuántos metros mide cada lado del corral? ¿Para qué quiere usar el corral? ¿Qué longitud tiene cada cuerda que se utiliza para atar a las ovejas?
b) ¿Cuál será el área y el perímetro del corral? ¿Cómo se calcula el área de una región circular? ¿A cuántas veces el área de la región que dispone la oveja atada en el centro equivale al área de la región ocupada por una de las ovejas atada en las esquinas?
c) ¿Cómo representarías gráficamente el corral hecho por Emilio? ¿Las áreas de las regiones de las que dispone cada oveja atada en cada esquina y la oveja atada en el centro son iguales? ¿Qué forma tiene la región de la que dispone cada oveja para movilizarse?

11. El siguiente gráfico representa el plano de un campo deportivo cuyo perímetro mide k. Este gráfico está compuesto por dos regiones semicirculares y una región rectangular.



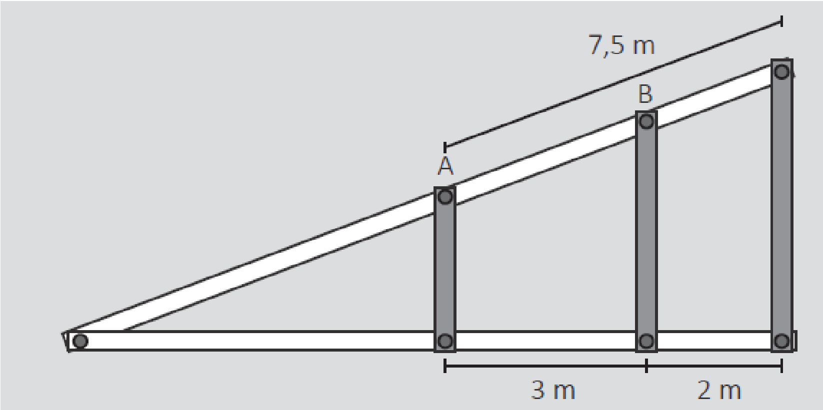
¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de este campo deportivo, en función de "d" y de la constante k?

a) $A_{(d)} = \frac{d}{2}(k)$

b) $A_{(d)} = \frac{d}{4}(2k - \pi d)$

c) $A_{(d)} = \frac{d}{4}(2k - \pi d - 4d)$

12. En el siguiente diseño de la estructura de una rampa, las maderas grises son paralelas entre sí y perpendiculares a la base horizontal.



Si por mantenimiento se desea reparar el tramo AB de la rampa, ¿cuál es la medida de dicho tramo?

a) 4,5 m

b) 5,0 m

c) 5,5 m